ACADÉMIE DES SCIENCES

SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1913.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques, la séance du lundi 24 mars est remise au mardi 25 mars.

PHYSIQUE. — *Sur les courbes de saturation et la loi des états correspondants.* Note de M. **E.-H. Amagat**.

1. J'ai montré dans une précédente Note (27 janvier 1913) que les courbes de saturation obtenues en portant en abscisses les pressions réduites et en ordonnées les valeurs de $\frac{pv}{T}$ (soit $\mathcal{E}$), courbes qui, si la loi des états correspondants était rigoureusement observée, devraient coïncider, étaient comprises dans un ruban relativement étroit et montrant bien que les écarts de la loi sont, en réalité, beaucoup plus petits qu'on le pense généralement.

On a pu remarquer, sur la figure accompagnant la Note en question, que le ruban qui contient une trentaine de courbes de saturation, ainsi que les courbes en p et pv (non réduits) [1] tracées sur le même diagramme, s'arrêtent à une certaine distance de l'ordonnée origine ; c'est précisément à propos de la forme et des propriétés de cette partie non tracée des courbes

---

[1] Par inadvertance, dans la précédente Note, on a écrit, à propos de ces courbes, « en p et $\mathcal{E}$ » au lieu de (en p et pv), page 276, huitième ligne. L'indication régulière est du reste portée à l'échelle de droite de la figure.

que je voudrais aujourd'hui ajouter un complément à ce que j'ai dit précédemment (*fig.* 1).

Sur la figure ci-dessous, qui n'est autre que celle de la précédente Note, dans laquelle les courbes ont été prolongées jusqu'aux plus faibles pressions expérimentales, on voit que la branche supérieure des courbes en

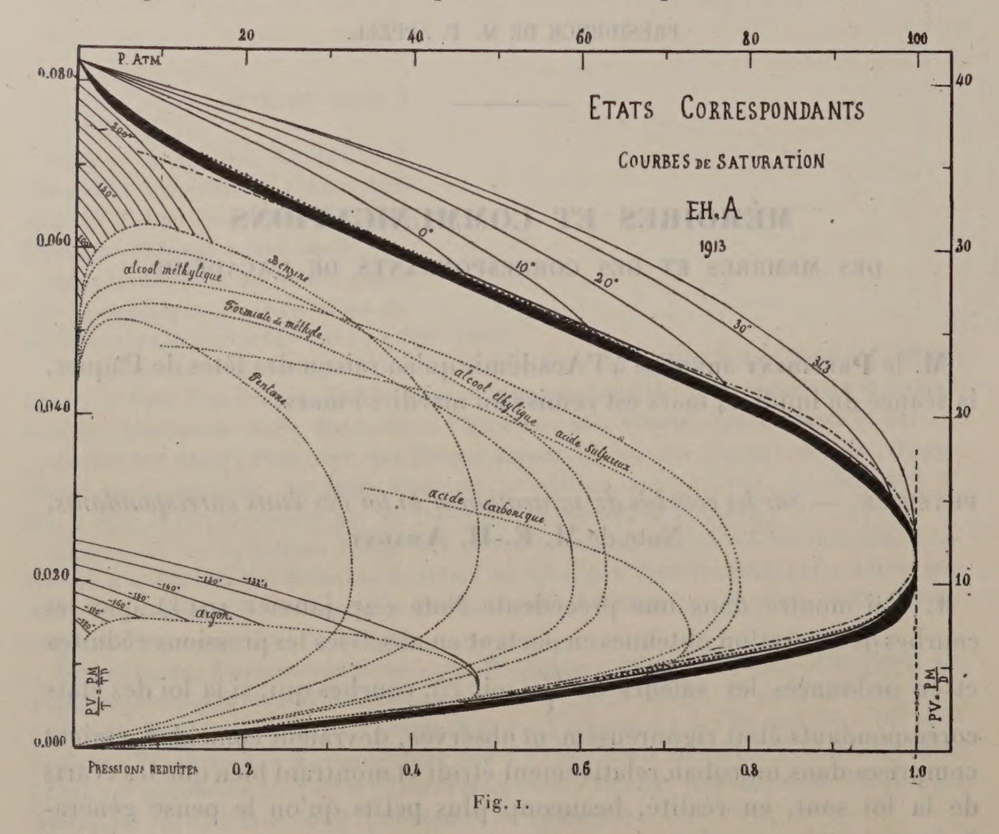


Fig. 1.

$(p - pv)$, celle qui est relative à la vapeur, après être passée par un maximum, décroît rapidement en se rapprochant de l'ordonnée initiale ; elle paraît (tracée à une échelle convenable), de même que la branche inférieure, se diriger nettement vers l'origine des coordonnées ; ce qui, pour la branche supérieure, ne paraît pas évident, car si la pression devient extrêmement petite, le volume devient extrêmement grand.

J'ai, du reste, ajouté aux courbes primitivement tracées celles des alcools éthylique et méthylique, dont les données expérimentales régulières ([1]), dans

([1]) Celles qui dans les tableaux de M. S. Young ne sont pas entre parenthèses.

les tableaux de M. S. Young, s'étendent jusqu'à des pressions de quelques centièmes d'atmosphère. J'ai aussi ajouté aux courbes de la benzine et de l'argon, pour lesquelles la figure le permettait sans trop de confusion, un certain nombre d'isothermes ; ces isothermes sont seulement approximatives, n'étant déterminées, chacune, que par la valeur de son ordonnée initiale RT (la même pour tous les fluides, à la température T) et son point de rencontre avec la courbe de saturation.

2. Revenons maintenant aux courbes en p réduit et $\frac{pv}{T}$.

Si, en arrivant aux faibles pressions, le ruban qui contient ces courbes paraît, à sa partie supérieure, s'épanouir tout en remontant légèrement, cela ne tient pas, ainsi qu'on pourrait le croire, à un accroissement des écarts de la loi, mais uniquement à ce que, dans ces conditions, les données expérimentales deviennent moins certaines ; et en effet, pour un certain nombre de substances, en arrivant aux très faibles pressions, les tableaux de M. S. Young ne donnent les densités de vapeurs que comme approximatives. Mais, si l'on considère les courbes de saturation des substances pour lesquelles les densités de vapeurs sont données comme régulières jusque sous les très faibles pressions, ainsi que cela a lieu notamment pour les alcools méthylique et éthylique et pour l'éther, on voit que ces courbes, bien loin de diverger, convergent au contraire vers un point qui n'est autre que l'origine commune des isothermes. On voit très bien cela dans la figure ci-après (*fig.* 2); ce diagramme montre jusqu'aux plus faibles pressions la constellation formée par l'ensemble des points appartenant aux diverses substances, et en particulier les courbes relatives aux trois substances ci-dessus désignées.

On remarquera que la courbe de l'alcool méthylique, issue du reste du même point que les autres, sort nettement du ruban ; autrement dit, l'exception due à la polymérisation déjà signalée au point critique s'étend jusqu'aux faibles pressions; il doit en être de même pour l'acide acétique.

Le ruban se termine donc à l'origine des isothermes comme l'indique la figure 1 ci-dessus; dans la région où il se raccorde avec celui de la figure primitive, il est sensiblement compris entre la courbe de l'éther ordinaire et celle tracée en trait mixte.

On remarquera encore que l'extrémité supérieure de la courbe de l'argon passe sous le ruban et ne paraît pas converger vers l'origine commune des autres courbes. Ce fait est certainement dû à des incertitudes expérimentales, conformément du reste à ce que j'ai déjà dit à propos de l'argon.

3. Il serait extrêmement intéressant de voir comment viendrait se placer la courbe de l'hélium; malheureusement nous nous trouvons ici en face d'énormes difficultés.

Pour l'hélium, en effet, toute la courbe de saturation serait comprise dans l'intervalle de quelques degrés, la température critique de ce gaz étant elle-même comprise, d'après M. Kammerlingh Onnes, entre 5° et 6° absolus; comme la pression correspondante est de $2^{\text{atm}},75$, la courbe de

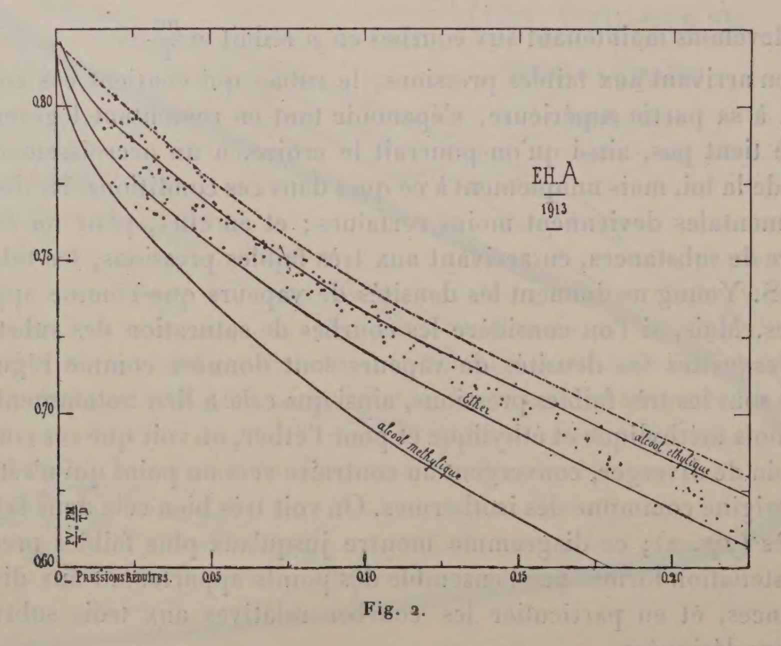


Fig. 2.

saturation construite en p et pv, à l'échelle de la figure 1, serait tellement petite qu'on ne pourrait la distinguer.

On conçoit que la plus petite erreur sur la détermination de la température absolue entraîne nécessairement des erreurs relatives considérables. Du reste M. Kammerlingh Onnes n'a donné que quelques densités de liquides et aucune densité de vapeurs; on ne pourrait donc essayer de construire que la branche inférieure de la courbe. Cette branche, construite en pressions réduites et valeurs de $\mathcal{E}$, reste notablement au-dessus du ruban et ne paraît pas converger vers l'origine, ce qui paraîtrait inexplicable; au point critique la valeur de $\mathcal{E}$ serait 0,031, valeur bien plus forte que pour tous les autres fluides.

4. Enfin, je ferai encore, à propos de la loi des états correspondants, les

remarques que voici : quand j'ai tenté, autrefois, la vérification d'ensemble de cette loi, par la méthode de déformation et superposition des réseaux, j'ai opéré avec les réseaux de l'acide carbonique et de l'éthylène dont je venais de déterminer les données expérimentales dans des limites étendues de température et de pression, et qui, l'un et l'autre, comprenaient la région critique la plus intéressante et la plus compliquée; j'opérais donc dans des conditions où la coïncidence paraissait le plus difficile à obtenir et, par suite, le résultat plus décisif. On sait quel fut ce résultat; l'ensemble présente véritablement l'apparence d'un réseau unique, l'impression est bien celle d'une vérification de la loi; cependant, les courbes de saturation n'étaient pas tracées, je n'avais déterminé les données nécessaires à leur construction spéciale que pour l'acide carbonique. Si ces courbes eussent été tracées, certainement les petites divergences correspondant aux différences de a et $\mathfrak{C}$ se fussent manifestées, mais l'impression générale produite par l'ensemble n'eût pas été sensiblement modifiée; la seule objection qu'on pouvait faire est que j'étais peut-être tombé sur un choix de substances particulièrement heureux; or, il faut remarquer que c'est plutôt le contraire qui paraîtrait être arrivé, car l'acide carbonique et l'éthylène sont précisément parmi les gaz pour lesquels les valeurs de $\mathfrak{C}$ et de a sont les plus différentes (0,0227 et 0,858 pour CO^2; 0,0239 et 1,060 pour C^2H^4); parmi ceux, par conséquent, pour lesquels la coïncidence paraîtrait plutôt avoir le moins de chance de se produire.

De l'ensemble des considérations exposées dans la présente Note et dans la précédente, il me paraît résulter que, comme je l'ai déjà dit : la loi des états correspondants est tout autre chose qu'une loi grossièrement approximative, comme on a paru le penser.

Qu'il y ait de petites divergences dans le détail, suffisantes même pour caractériser des corps ou des groupes de corps, c'est bien ce qui paraît exact; mais, en dehors même des incertitudes expérimentales, dans quelle mesure ces divergences sont-elles dues à des phénomènes accessoires, dont elles peuvent être la mesure en même temps que les caractères distinctifs de corps ou de groupes, c'est ce que les progrès ultérieurs de la Science seuls pourront nous apprendre; la loi paraît donc bien subsister dans l'ensemble comme loi fondamentale, et plus profondément que dans les grands traits seulement.

5. Enfin, je reviens encore aux courbes de saturation; je les considérerai sous la forme $(p - pv)$, ce sont les courbes ponctuées de la figure 1 dont

les deux branches convergent vers l'origine des coordonnées. Ces courbes ne comportent pas seulement les états d'équilibre entre le liquide et la vapeur; à partir d'une température et d'une pression suffisamment basses il y a passage direct de l'état de vapeur à l'état cristallin; c'est ce qui a lieu par exemple pour la benzine, d'après le tableau de M. S. Young, à partir d'une température comprise entre 0° et 10° et sous une pression comprise entre $0^{atm},0349$ et $0^{atm},0598$. Il y a donc une droite de liquéfaction limite et la tension de vapeur correspondante est à la fois celle du liquide et du cristal, on est alors dans les conditions du triple point; voici donc très vraisemblablement ce qui a lieu : du point d'intersection de cette droite limite avec la branche inférieure de la courbe de saturation, part une isotherme limite, toutes les isothermes qui sont au-dessous de celle-ci correspondent à l'état cristallin sans passage par l'état liquide; pour celles qui sont au-dessus, il y a eu d'abord liquéfaction, puis cristallisation sous une pression qui surpasse d'autant plus celle qui correspond à l'isotherme limite que la température surpasse celle de cette isotherme. A la température de cette dernière isotherme la liquéfaction et la cristallisation ont lieu, pour ainsi dire, simultanément; de là résulte l'identité très probable des cristaux formés après liquéfaction ou sans liquéfaction; sans cette identité il pourrait y avoir équilibre au triple point entre la phase gazeuse, la phase liquide et deux phases cristallines; cela entraînerait l'identité des tensions de vapeurs pour deux phases cristallines différentes, ce qui est peu probable, sans paraître cependant rigoureusement impossible. De l'origine de l'isotherme limite partent les deux branches d'une courbe de saturation relative aux états liquide et cristallin; la recherche de ce que devient cette courbe de saturation est assez compliquée, on peut se proposer d'en suivre les transformations en se conformant aux idées si ingénieusement développées par M. Tamman dans un travail bien connu; mais je n'insiste pas davantage sur un sujet aux confins duquel je me trouve conduit incidemment, quoiqu'il soit bien en dehors de celui que je m'étais proposé de traiter, et sur lequel j'espère avoir l'occasion de revenir ultérieurement.

AGRONOMIE. — *Les matériaux charriés par les cours d'eau des Alpes et des Pyrénées.* Note de MM. **A. Müntz** et **E. Lainé**.

L'Administration de l'Agriculture a entrepris le recensement des grandes forces hydrauliques des Alpes et des Pyrénées, en vue de l'utilisation des

cours d'eau pour la force motrice et l'arrosage des terres. De nombreuses stations d'observation ont été établies pour le jaugeage du débit des principaux d'entre eux, particulièrement aux points qui se prêteraient à la construction de barrages pour l'établissement de réservoirs.

Mais les rivières de montagnes ayant souvent une allure torrentielle, on se préoccupe du charriage des limons qui, dans un délai plus ou moins long, envaseraient ces réservoirs et finiraient par les combler. Un intérêt de premier ordre s'attache donc à la détermination préalable des quantités de matériaux que l'eau entraîne et peut déposer lorsque sa vitesse d'écoulement vient à diminuer.

Le Comité d'études scientifiques des améliorations agricoles, nous a demandé d'étudier cette question, qui se rattache directement à la possibilité de l'utilisation des grandes forces hydrauliques. En même temps, nous avons cru intéressant de déterminer le pouvoir colmatant de ces eaux, envisagées comme eaux d'arrosage, et l'apport en éléments fertilisants qu'elles fourniraient aux terres irriguées.

En outre, au point de vue de la Géographie physique, ces recherches pourraient apporter une contribution au problème de l'érosion, de la dénudation des continents. En effet connaissant le débit moyen d'un cours d'eau, sa teneur moyenne de substances en dissolution ou en suspension, on peut calculer pour le bassin correspondant la masse des matériaux transportés, les uns formant les sédiments alluvionnaires, les autres allant se déverser dans les mers.

L'intérêt de ces dernières études est tel que les États-Unis d'Amérique n'ont pas hésité, depuis quelques années, à les entreprendre sur l'ensemble de leur immense territoire ([1]).

En France, les données recueillies sur ces questions sont rares, on peut même dire qu'elles manquent presque totalement.

Dans la présente étude, nous envisageons surtout le charriage des matériaux en vue de l'ensablement des réservoirs. Nous avons, pour effectuer ces recherches, établi 23 stations, 15 dans les Alpes, 8 dans les Pyrénées. Ces stations, qui se juxtaposent à des stations de jaugeage organisées par le service des grandes forces hydrauliques, ont été choisies aux points où des barrages devraient vraisemblement être construits.

Les rivières sur lesquelles ont particulièrement porté nos observations sont, pour

---

([1]) Voir H. Baulig, *Écoulement fluvial et dénudation* (*Ann. de Géographie*, t. XIX, 1910).

la région des Alpes, l'Arve, l'Isère, l'Arvon, l'Arc, le Glandon, le Drac, la Drôme, la Durance, le Verdon, le Var, ayant toutes à certains moments des allures plus ou moins torrentielles ; pour la région des Pyrénées, le Tech, la Têt, l'Agly, l'Aude, la Garonne la Neste, l'Adour.

Les quantités de limons charriées par ces divers cours d'eau sont extrêmement variables. En général les eaux des Pyrénées sont beaucoup moins limoneuses que celles des Alpes.

Ainsi, la Garonne ne porte que 5^{g} à 50^{g} de limon par mètre cube. Au moment des crues exceptionnelles, elle en porte $1^{kg},500$. Son débit dépassant alors 400^{m^3} par seconde, c'est encore 52000^{t} de limon charriées par 24 heures.

La Neste a une allure plus torrentielle, elle charrie 13^{kg} à 16^{kg} de matériaux par mètre cube. Mais en temps normal ses eaux sont claires.

Les eaux de l'Adour sont toujours claires, la proportion de limon ne dépasse jamais 50^{g} par mètre cube.

L'Agly est la seule de ces rivières qui s'alimente dans un massif calcaire, celui des Corbières. Ses eaux sont ordinairement limpides. Ce n'est que par de fortes crues qu'elles charrient jusqu'à 38^{kg} de limon par mètre cube.

Les eaux des Alpes sont incomparablement plus chargées de limons. La plus limoneuse des rivières alpines est l'Isère. Dans son cours supérieur, alimenté surtout par des glaciers, ses eaux sont assez claires et la proportion des limons atteint à peine 2^{kg} par mètre cube. Dans son cours moyen, il n'en est plus de même; elle a reçu certains affluents tels que le Glandon, qui, au moment des crues, sont de véritables torrents de boue, charriant 150^{kg} à 260^{kg} de limon. Aussi les eaux de l'Isère tiennent-elles quelquefois en suspension 123^{kg} de limon par mètre cube. Le débit de l'eau étant alors de 380^{m^3} par seconde, la quantité de limon charriée en 24 heures a atteint 4000000^{t}. Les eaux de la Durance sont également très limoneuses, sans toutefois atteindre les mêmes teneurs. Ainsi à Mirabeau, le maximum que nous ayons observé n'a été que de $11^{kg},435$ par mètre cube, au début d'une forte crue. Le débit étant alors de 375^{m^3} à la seconde, la proportion de limon charriée en 24 heures atteignait 370000^{t} [1].

Ces quelques chiffres suffisent pour montrer combien sont élevées les teneurs en matériaux solides charriés par les cours d'eau des Alpes et pour mettre en garde contre le danger que présenterait la construction de barrages réservoirs, qui s'ensableraient rapidement et cesseraient alors de fonctionner.

Les eaux ne sont pas limoneuses à des époques quelconques de l'année. Les grandes rivières des Alpes, comme l'Arve, l'Isère, la Durance, dont le bassin d'alimentation comprend d'importants glaciers, ont un régime bien régulier. La période des basses eaux, se confond avec l'hiver; les eaux sont

---

(1) A d'autres points de vue, Hervé Mangon avait trouvé des résultats analogues dans ses travaux classiques sur les Limons de la Durance.

alors claires. Au printemps surviennent des crues importantes, provoquées par la fonte des neiges. Au début de ces crues, les eaux entraînent des quantités énormes de limons, qui résultent de la désagrégation des roches pendant la période de repos qui a précédé.

Ces quantités de limons mesurent en quelque sorte le degré de friabilité des roches du bassin d'alimentation. Elles peuvent servir également de mesure à la masse des roches transformées en éléments fins dans l'intervalle de deux crues. Pendant l'été, on a une période de hautes eaux entretenues surtout par la fonte des glaciers, avec des teneurs en limons notablement moins élevées que pendant les crues de printemps.

Les matières dissoutes, et en particulier la chaux, subissent en même temps des variations régulières fort curieuses. Dans les rivières des Alpes, leur proportion, élevée pendant la période des basses eaux de l'hiver, diminue à partir des crues de printemps et se maintient basse pendant l'été, pour se relever en automne.

Ainsi l'Isère, à Moûtiers, contient 208^g de chaux par mètre cube en janvier et 75^g seulement en juillet; la Durance, à Embrun, contient 138^g de chaux en janvier et seulement 70^g en juillet.

Ces résultats trouvent leur explication dans le fait que les eaux provenant de la fonte des neiges et des glaciers n'apportent pas de principes dissous et viennent diluer celles qui s'égouttent des terres et qui contribuent en toute saison à alimenter le bassin.

Les rivières des Pyrénées, où les glaciers sont absents ou peu importants, ont un régime différent. Les eaux sont claires en toutes saisons, sauf au moment des crues provoquées par des orages ou des pluies abondantes et qui peuvent survenir à une époque quelconque de l'année.

La proportion de matières dissoutes, principalement la chaux, est bien moins abondante dans ces eaux que dans celles des Alpes et n'est pas sujette à des variations notables.

Ce qui peut contribuer à donner aux Alpes une telle abondance de matériaux charriés par leurs rivières, c'est leur âge relativement récent. Les Pyrénées, de formation beaucoup plus ancienne, ont été délavées pendant un temps infiniment plus long.

Il ressort de l'ensemble de ces études qu'il ne faut entreprendre, sur les cours d'eau des Alpes, la construction de barrages réservoirs qu'avec beaucoup de prudence, car un envasement très rapide est à craindre. Il n'en est pas de même dans les rivières des Pyrénées.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la théorie de la photosphère gazeuse.* Note de M. Gouy.

1. J'ai déjà essayé de montrer que les parties du Soleil accessibles à la vue sont vraisemblablement constituées par des gaz et des vapeurs très raréfiés [1]. Il convient d'examiner de plus près quelles doivent être les apparences présentées par le Soleil dans cette hypothèse, en admettant, comme première approximation, que le rayonnement soit entièrement thermique et soumis à la loi de Kirchhoff.

Considérons dans la masse solaire une surface de niveau que nous regardons comme plane, et sur laquelle tout est uniforme ; z est sa distance à une origine extérieure au Soleil. Soit, pour un rayon de longueur d'onde λ, $f(z)\,dz$ le pouvoir absorbant de la couche dz, le rayon étant vertical. Pour la direction faisant un angle α avec la verticale [2], ce pouvoir absorbant sera $\frac{du}{\cos\alpha}$, en posant

$$u = \int_0^z f(z)\,dz. \tag{1}$$

Soit N ou $\varphi(u)$ l'éclat d'un corps noir à la température absolue T du plan (z), température qui croît avec z. L'éclat E de l'ensemble des couches, pour un observateur extérieur au Soleil, sera

$$E = \frac{1}{\cos\alpha}\int_0^\infty \varphi(u)\,e^{-\frac{u}{\cos\alpha}}\,du. \tag{2}$$

2. Considérons deux rayons 1 et 2 de longueurs d'ondes très voisines; $f_2(z)$ est plus grand que $f_1(z)$. Comme N a la même valeur pour tous deux, on a, quel que soit z, $\varphi_1(u_1) = \varphi_2(u_2)$. Mais $u_2 > u_1$, et comme la fonction φ_2 croît avec la variable, on a donc $\varphi_2 < \varphi_1$ pour une même valeur quelconque de la variable, et par suite $E_2 < E_1$. Ainsi, *pour des rayons de*

(1) Réserve faite pour quelques poussières dans la couronne (*Comptes rendus*, 24 juin, 1er juillet et 8 juillet 1912).

(2) La densité étant extrêmement petite, il n'y a pas à considérer de réfraction, même anomale.

même nuance, l'éclat est d'autant plus petit que le pouvoir absorbant est plus grand. De là résulte le spectre continu avec les raies de Fraunhofer [1].

3. L'équation (2) nous montre que, pour un même rayon observé sous diverses inclinaisons, *l'éclat varie avec α comme si le rayon restait vertical et que le pouvoir absorbant $f(z)$ fût multiplié par $\frac{1}{\cos\alpha}$.*

L'augmentation de l'obliquité produit donc le même effet que l'augmentation du pouvoir absorbant. La raison en est la même dans les deux cas : c'est que l'effet des couches profondes se trouve diminué et celui des couches superficielles augmenté [2]. Si la température était uniforme, il y aurait compensation exacte, mais comme elle augmente avec la profondeur, il en résulte une diminution d'éclat. *Cette diminution, pour des pouvoirs absorbants égaux, est d'autant plus grande en valeur relative que le rayon est plus réfrangible.* Ainsi s'expliquent la diminution d'éclat et la variation de teinte du disque solaire, du centre au bord [3].

4. On sait que cette diminution considérable n'est accompagnée que d'une variation assez légère des raies de Fraunhofer [4]. Dans le cas où cette variation serait nulle, les éclats E_1 et E_2, pour deux rayons de longueurs d'ondes très voisines, seraient donc dans un rapport indépendan de α. Pour cela, il suffit qu'on ait identiquement

$$f(z) = n\frac{dN^\beta}{dz}, \qquad (3)$$

---

(1) En général, pour les diverses couleurs, la valeur moyenne du rayonnement ne serait pas celle d'un corps noir à une température déterminée, même si le pouvoir absorbant était indépendant de λ.

(2) Puisque l'action qui produit le spectre, fond et raies obscures, devient de plus en plus superficielle à mesure que α augmente, on devrait observer, en approchant des bords du disque solaire, les effets d'une *diminution de pression*, s'il existait une pression notable dans les couches qui produisent les raies d'absorption. La petite variation du λ des raies obscures, qu'on observe près du bord, est de sens inverse, et cet effet inexpliqué ne peut donc pas être attribué à la pression.

(3) Quant aux différences d'éclat accidentelles que montre le disque solaire, il est probable que les inégalités de température, ou en d'autres termes les déformations des surfaces isothermes, en sont la cause immédiate. L'éclat varie dans le même sens que N ou T, et l'on observe soit des minima (taches), soit des maxima (facules, grains).

(4) La théorie usuelle du Soleil rend difficilement compte de ce fait; en effet, l'intensité des raies devrait beaucoup augmenter quand la couche renversante se trouve traversée suivant un parcours double ou triple, en raison de l'obliquité du rayon.

n et β étant des coefficients indépendants de z et arbitraires, le second pourtant ne variant que lentement avec λ. Si cette condition est à peu près satisfaite, on aura, comme dans la réalité, une faible variation des raies obscures ([1]).

5. Examinons maintenant quelle apparence présentera le bord du disque solaire. Soit x la distance du rayon visuel au centre du Soleil, et q la quantité de vapeur d'une certaine espèce qui se trouve sur le rayon visuel ([2]). Dans la couche assez mince que nous avons à considérer, négligeons les différences de température et admettons aussi que l'absence de courants de convection a permis à la pesanteur de réaliser un état d'équilibre. La densité de cette vapeur à la distance r du centre du Soleil sera ae^{-kr}, et l'on aura très sensiblement

$$q = a\sqrt{\frac{2\pi x}{k}}\,e^{-kx}. \tag{4}$$

Admettons pour un moment que les diverses vapeurs se comportent à peu près de même. Si l'on examine le Soleil au spectroscope, dans des conditions optiques excellentes, on verra des raies brillantes commencer à se montrer à une certaine distance x_1 correspondant à q_1, puis augmenter d'éclat et de largeur de plus en plus, jusqu'à ce que, à une distance x_2 correspondant à q_2, elles soient si élargies qu'elles forment en se rejoignant un spectre bien continu ([3]). Le rapport $q_2 : q_1$ n'est pas bien connu, mais, d'après les observations faites sur le sodium ([4]), on peut le regarder comme compris entre 10^6 et 10^{12}, pour les raies principales.

Cette couche de transition serait donc l'équivalent de la couche du spectre-éclair, qu'on observe surtout aux éclipses. Son épaisseur $x_1 - x_2$ serait, d'après les chiffres ci-dessus, de 26^{km} à 51^{km} pour 3000° absolus et

---

([1]) L'éclat du disque solaire serait alors proportionnel à $(\cos\alpha)^{\frac{1}{\beta}}$. Cette formule représente bien les nombres de Vogel (sauf à l'extrême bord), pour le violet, le bleu et le vert, moins bien pour le jaune et le rouge.

([2]) C'est donc la quantité de vapeur qui est contenue dans un cylindre de 1^{cm^2} de section, indéfini dans les deux sens, dont l'axe est le rayon visuel.

([3]) Pour faciliter le calcul, nous avons admis l'uniformité de température, mais en réalité, les couches extrêmes étant moins chaudes, ces raies élargies seront terminées par des raies noires de renversement, qui finiront par constituer les raies de Fraunhöfer.

([4]) *Loc. cit.*

des vapeurs de poids moléculaire 50; elle serait d'ailleurs en raison inverse du poids moléculaire.

Sans spectroscope, le disque solaire serait terminé par une pénombre diffuse ayant cette largeur, qui est de l'ordre de 0″,05, et serait donc invisible dans les conditions des observations actuelles. La couche du spectre-éclair serait ainsi environ 20 fois plus mince que dans la réalité. Sans doute ce désaccord peut être attribué en partie à ce que la pesanteur ne corrige pas bien l'effet des courants de convection, mais cette explication paraît insuffisante (1).

Du reste, comparé au Soleil véritable, celui que nous envisageons ici est simplifié à plusieurs points de vue; ainsi nous ne tenons pas compte des actions électriques qui peuvent jouer un certain rôle, et qui produisent sans doute les raies de l'hydrogène et de quelques autres corps.

CORRESPONDANCE.

S. A. R. le Duc des Abruzzes adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ASTRONOMIE. — *Sur le trouble du ciel et l'affaiblissement du rayonnement solaire, observés pendant l'année* 1912. Note de M. D. **Eginitis**, présentée par M. Bigourdan.

Vers la fin du mois de juin 1912, M. Wolf, de Heidelberg, a le premier constaté un trouble blanchâtre du ciel, semblable à un voile de cirro-stratus, accompagné de couleurs crépusculaires extraordinaires; le Soleil et la Lune paraissaient d'une couleur brune et les étoiles affaiblies de deux grandeurs (*Astr. Nach.*, n° 4587, *Met. Zeitschr.*, juillet 1912).

Une circulaire de M. Maurer, de Zurich, en sa qualité de président de la Commission de la radiation du Comité météorologique international, vient d'attirer l'attention des observatoires sur l'étude des conditions générales de l'apparition de ce phénomène, qui, suivant une Communication de

(1) Ceci confirme la remarque, souvent faite, qu'en appliquant la loi de Mariotte, et ne tenant compte que de la pesanteur, on trouve que les diverses couches de l'atmosphère solaire devraient être beaucoup plus minces qu'elles ne sont en réalité.

M. Marten, de Potsdam (*Met. Zeitschr.*, novembre 1912), est très nettement constaté dans les indications héliographiques.

La grande clarté habituelle du ciel de l'Attique, bien souvent prolongée jusqu'à l'horizon même, nous permet l'étude de ce phénomène, dans des conditions excellentes, au moyen des indications de notre héliographe Campbell installé à l'Observatoire d'Athènes.

Nos feuilles héliographiques montrent, d'une manière même bien frappante, un affaiblissement progressif du rayonnement solaire depuis le 7 avril 1912, soit deux mois et demi avant le jour (21 juin 1912), où M. Wolf, a, pour la première fois, après le passage de la comète de Halley constaté de nouveau les phénomènes atmosphériques ci-dessus. Faute de jours indubitablement clairs avant le 7 avril, nous ne pouvons fixer exactement la date où cet affaiblissement solaire a commencé.

Le phénomène se traduit, sur nos feuilles héliographiques, non seulement par un retard le matin et une avance le soir, bien sensibles et graduels, des heures de commencement et de la fin des traces solaires, par rapport aux heures normales correspondantes, mais encore par une diminution progressive et très sensible de l'intensité de ces traces.

Le 7 avril 1912, le retard du matin est d'environ 10 minutes et l'avance du soir de 15 minutes. La diminution de l'intensité de la trace héliographique ne paraît pas encore sensible. Pendant tout le reste du mois d'avril, le phénomène se renforce graduellement; vers la fin de ce mois, le retard du matin arrive jusqu'à 25 minutes, l'avance du soir jusqu'à 20 minutes, et l'affaiblissement de l'intensité de la trace solaire commence à se faire sentir sur les feuilles.

Pendant le mois de mai, le phénomène paraît croître constamment : le retard du matin monte à 30^m-35^m, l'avance du soir à 20^m-25^m, et la diminution de l'intensité des traces héliographiques augmente sensiblement.

Le phénomène paraît s'affaiblir vers la fin du mois de mai jusqu'à environ le milieu de juin; pendant cet intervalle de temps, les différences des heures du commencement et de la fin des traces ne sont que de 10^m-20^m le matin et de 5^m-10^m le soir; l'affaiblissement de l'intensité des traces solaires a également diminué. A partir du 17 juin, les différences horaires remontent de nouveau à 30^m-35^m et les traces solaires s'affaiblissent de plus en plus.

Pendant le mois de juillet, le phénomène se renforce considérablement; les retards du matin montent à 45^m-$1^h\,10^m$ et les avances du soir à 15^m-$1^h\,15^m$. De même, l'affaiblissement des traces solaires sur les feuilles héliographiques va graduellement en croissant, pour atteindre son maximum vers le commencement du mois d'août; les différences des heures du commencement et de la fin de ces traces montent alors à $1^h\,10^m$-$1^h\,15^m$.

Depuis le 5 du mois d'août, les traces héliographiques deviennent graduellement de plus en plus fortes, et les différences des heures diminuent de $1^h\,15^m$ à 40^m vers la fin de ce mois.

On doit noter que les traces solaires sur les feuilles sont bien plus faibles pendant les heures du matin que pendant celles du soir, depuis la fin de juillet jusqu'au 20 août; cette différence ne s'observe pas avant le 30 juillet, ni après le 20 août 1912.

Au mois de septembre, on constate une recrudescence du phénomène, au moins pour les différences des heures, qui remontent à 1^h5^m-1^h15^m.

Les différences diminuent beaucoup et brusquement au mois d'octobre; elles ne sont que de 20^m-40^m.

Au mois de novembre, le phénomène paraît avoir pris fin; mais le mauvais temps ne nous permet pas de fixer la date exacte de sa disparition.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'occultation des Pléiades par la Lune, faite le* 13 *mars* 1913, *à l'Observatoire de Lyon.* Note de MM. **Luizet** et **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Désignation des étoiles.	Phén.	Instr.	Gross.	Temps moyen de Lyon.	Remarques.
				h m s	
W. 12 (8,3).....	I	C	75	9.18.29,0	
	I	B	45	9.18.28,9	Étoile en contact 6ˢ avant
An. 1 (8,3)......	I	C	75	10.12.47,2	
	I	B	100	10.12.47,2	Étoile en contact 4ˢ avant
17^b (4,0)........	I	C	75	10.19.17,6	
	I	B	100	10.19.17,6	
An. 7 (8,1)......	I	C	75	10.23. 0,1	
	I	B	100	10.23. 0,5	
17^b (4,0)........	E	C	75	10.26.15,4	
23^d (4,5)........	I	C	75	10.28.28,7	
	I	B	100	10.28.28,6	
An. 13 (8,6).....	I	C	75	10.48.36,3	Difficile à suivre
	I	B	100	10.48.35,8	Difficile à suivre, disparue entre le battement de 2ˢ
An. 22 (7,5).....	I	C	75	10.54.51,0	
	I	B	100	10.54.51,3	
An. 19 (7,3).....	I	C	75	10.55.34,5	
	I	B	100	10.55.34,6	
An. 17 (7,2).....	I	C	75	11. 0.13,6	
	I	B	100	11. 0.13,2	Intermittences d'éclat à deux reprises avant disparition
24^p (6,7)........	I	C	75	11. 4.18,6	
	I	B	100	11. 4.18,7	
η Taureau (3,2)..	I	C	75	11. 5.59,0	
	I	B	100	11. 5.59,4	Contact 4ˢ à 5ˢ avant

Ces occultations ont été observées à l'équatorial coudé (C) par M. Luizet, et à

l'équatorial Brünner (B) par M. Guillaume. Les phénomènes ont tous été notés au bord obscur, bien visible, de la Lune.

Les observations rapportées ont été faites dans des éclaircies, et, malgré l'état très nuageux du ciel, la définition des images était bonne.

La suite des phénomènes, qui se produisait près de l'horizon, a été cachée par un banc de nuages.

La désignation et la grandeur des étoiles sont données d'après le *Catalogue des Pléiades* de M. Lagrula.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les matrices hypohermitiennes et les unitaires.* Note de M. **Léon Autonne**, présentée par M. Jordan.

Dans deux Mémoires déjà anciens [*Sur l'hermitien* (*Rendiconti* du Cercle mathématique de Palerme, 1902); *Sur l'hypohermitien* (*Bull. de la Soc. math.*, 1903)], j'ai étudié les matrices hypohermitiennes et les unitaires. Soient : $\overline{a}$ la conjuguée de l'imaginaire a; $A = (a_{jk})$ une matrice n-aire, $\{j, k = 1, 2, \ldots, n\}$; A' sa transposée, $A' = (a_{kj})$; $\overline{A} = (\overline{a}_{jk})$, sa conjuguée. Pour que A soit *hypohermitienne*, il faut et il suffit que : 1° $\overline{A}' = A$; 2° l'expression, toujours réelle, $\sum_{jk} a_{jk} x_j \overline{x}_k$, ne devienne négative pour aucun choix des x. Une hypohermitienne invertible devient *hermitienne*. A est *unitaire* si $A\overline{A}' = E_n = n$-aire unité. Les racines caractéristiques : 1° pour une hypohermitienne, sont réelles et non négatives; 2° pour une unitaire, ont le module 1. Une hypohermitienne ou une unitaire sont canonisables et admettent une canonisante unitaire.

La continuation des recherches précédentes m'a conduit à une suite de propositions qui ne paraissent pas absolument dénuées d'intérêt.

Théorème I. — *Soit une matrice donnée quelconque* A. *Il existe toujours une hypohermitienne canonique* F *et un couple* (L, M) *de deux unitaires* L *et* M, *tels qu'on ait* $A = LFM$. F *est définie sans ambiguïté. Si* (L, M) *est un couple, tous les autres sont fournis par la formule* $(LT, T^{-1}M)$, *où* T *est une unitaire quelconque échangeable à* F.

Théorème II. — *Si l'on s'astreint à rester dans le réel, l'énoncé précédent subsiste, sauf que les unitaires* L, M, T *sont réelles, c'est-à-dire orthogonales.*

THÉORÈME III. — *Soit* A *une orthogonale complexe donnée quelconque*, $AA' = E_n$. *Introduisons l'orthogonale* $\Omega = \Phi + i\Psi$, *où* $i^2 + 1 = 0$, Φ *et* Ψ *désignent deux matrices réelles* ($n = n_0 + 2\nu$)

$$\Phi = \begin{vmatrix} \Theta & 0 & 0 \\ 0 & \Theta & 0 \\ 0 & 0 & E_{n_0} \end{vmatrix} \begin{matrix} \nu \\ \nu \\ n_0 \end{matrix}, \qquad \Psi = \begin{vmatrix} 0 & -H & 0 \\ H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \nu \\ \nu \\ n_0 \end{matrix},$$
$$\begin{matrix} \nu & \nu & n_0 \end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix} \nu & \nu & n_0 \end{matrix}$$

Θ *et* H *étant deux hermitiennes canoniques* ν-*aires, liées par la relation* $\Theta^2 - H^2 = E_\nu$. *Il existe toujours un couple* (U, V) *de deux matrices* U *et* V, *réelles et orthogonales, tel que* $A = U\Omega V$. Ω *est définie sans ambiguïté. Si* (U, V) *est un couple, tous les autres sont fournis par la formule* $(UT, T^{-1}V)$, *où* T *est une orthogonale réelle quelconque échangeable à* Ω, *c'est-à-dire à* Φ *et à* Ψ.

Dans les recherches de Dynamique et de Physique mathématique qui se rattachent au *principe de relativité* (Einstein, Lorentz, Minkowski, H. Poincaré, etc.), on nomme (*voir* par exemple : LAUE, *Das Relativitätsprinzip* et BRILL, *Das Relativitätsprinzip : Eine Einführung in die Theorie*) *transformation lorentzienne* une substitution linéaire et homogène, réelle et quaternaire, qui, effectuée sur les quatre variables x, y, z, u, admet pour invariant absolu l'expression $x^2 + y^2 + z^2 - u^2$. Généralisant notablement cette définition, je nomme *lorentzienne* toute substitution linéaire et homogène, n-aire et réelle, qui, effectuée sur les n variables x_j, admet pour invariant absolu l'expression $X = \sum_{jk} a_{jk} x_j x_k$, où la matrice (a_{jk}) est réelle et invertible.

Il est licite, sans restreindre la généralité, de faire

$$X = x_1^2 + \ldots + x_\upsilon^2 - x_{\upsilon+1}^2 - \ldots - x_n^2,$$

avec $\upsilon + \varpi = n$. On a d'abord des lorentziennes *banales* à existence évidente $\begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & q \end{pmatrix} \begin{matrix} \upsilon \\ \varpi \end{matrix}$, $\begin{matrix} \upsilon & \varpi \end{matrix}$ p et q étant des matrices réelles et orthogonales, respectivement υ-aire et ϖ-aire.

THÉORÈME IV. — *Soit une lorentzienne quelconque* A. *Introduisons la*

lorentzienne

$$F = \left|\begin{array}{cccc|c} E_{\upsilon-\nu} & 0 & 0 & 0 & \upsilon-\nu \\ 0 & \Theta & H & 0 & \nu \\ 0 & H & \Theta & 0 & \nu \\ 0 & 0 & 0 & E_{\varpi-\nu} & \varpi-\nu \\ \upsilon-\nu & \nu & \nu & \varpi-\nu & \end{array}\right|,$$

(Θ et H étant deux hermitiennes canoniques ν-aires, liées par la relation $\Theta^2 - H^2 = E_\nu$).

Il existe toujours un couple (L, M) *de deux banales* L *et* M, *tel qu'on ait* $A = LFM$. F *est définie sans ambiguïté. Si* (L, M) *est un couple, tous les autres sont fournis par la formule* (LT, $T^{-1}M$), *où* T *est une banale quelconque échangeable à* F.

Pour les lorentziennes ordinaires, $\eta = 4$, $\upsilon = z$, $\varpi = \nu = 1$,

$$F = \left|\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta & \eta \\ 0 & 0 & \eta & \theta \end{array}\right|$$

[θ, η = positifs, $\theta^2 - \eta^2 = 1$; posons $\theta = k$; $\eta = kq$, $k = +(1-q^2)^{-\frac{1}{2}}$; on retombe sur la formule connue ($16a$), p. 9 de Brill].

Théorème V. — *Soit* A *une unitaire donnée quelconque. Introduisons l'unitaire canonique* $F = |x_j, x_j e^{i\alpha_j}|$, *où* 1° $\cos\alpha_j > 0$, *ou* 2° $\sin\alpha_j = 1$, *si* $\cos\alpha_j = 0$. *Il existe toujours un couple* (U, V), *de deux réelles et orthogonales* U *et* V, *tel que* $A = UFV$. F *est définie sans ambiguïté. Si l'on a un couple* (U, V), *tous les autres sont fournis par la formule* (UT, $T^{-1}V$), *où* T = *réelle orthogonale quelconque, échangeable à* F.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la solution des équations séculaires et des équations intégrales.* Note de M. **Ch. Müntz**, présentée par M. Émile Picard.

Dans une Note récente sur le même sujet [1], nous avons donné une méthode directe pour trouver les axes principaux (les fonctions principales)

---

[1] *Comptes rendus*, 6 janvier 1913.

d'une forme quadratique (d'un noyau symétrique) quelconque. La même méthode permet aussi de trouver directement les constantes caractéristiques λ ; il est bien remarquable que cette méthode reste encore vraie, à quelques restrictions près, dans le cas plus général d'une forme bilinéaire (d'un noyau) *non symétrique*, d'ailleurs réelle $(-l)$ ou non.

Soit donc à résoudre l'équation

$$(1) \qquad \left\| c_{ik} - \frac{1}{\lambda}\varepsilon_{ik} \right\| = 0, \qquad \varepsilon_{ii} = 1, \qquad \varepsilon_{ij}(j \neq i) = 0,$$

où les c_{ik} sont des constantes arbitraires. Pour éviter des circonstances plus compliquées, nous nous bornons ici au cas où les c_{ik} et les racines λ sont *réels ;* nous supposons de plus tous les λ sont positifs, ce que ne diminue pas la généralité. Formons les puissances

$$C^{\nu} = \| c_{ik} \|^{\nu} = C_{ik}^{(\nu)} \|,$$

et laissons de côté, s'il y en a, les éléments ou les mineurs égaux à zéro pour tous les ν. Soient $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ les racines de (1), ordonnées en croissant. On aura :

a. En général, le rapport $c_{ik}^{(\nu)} : c_{ik}^{(\nu+1)}$ tendra pour ν croissant indéfiniment vers λ_1 ; c'est, à ce qu'il semble, le seul résultat déjà connu de cette théorie, dû à M. Perron (*Math. Ann.*, t. LXIV).

b. Le rapport de deux mineurs correspondants d'ordre μ dans C^{ν} et $C^{\nu+1}$ tend en général vers le produit $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_\mu$; on peut déduire ce résultat du précédent, en se servant de quelques identités pour les déterminants, données par M. Rados (*Ibid.*, t. XLVIII).

Mais voici les énoncés plus précis :

c. Dans des cas spéciaux seulement et pour des indices spéciaux, les rapports en question convergeront vers une racine autre que λ_1, ou vers un produit des racines autre que $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_\mu$.

d. On obtiendra précisément λ_1 et les produits $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_\mu$, si l'on prend, en passant à la limite, les rapports des valeurs absolues des lignes correspondantes ou de leurs combinaisons dans C^{ν} et $C^{\nu+1}$, le carré d'une telle valeur étant défini par la somme des carrés des éléments ou des mineurs de ces lignes.

Au fond, notre méthode présente une simple généralisation du procédé connu de Bernoulli, et elle est valable dans les mêmes cas que ce dernier. Toute équation algébrique pouvant s'écrire de différentes manières comme

équation séculaire (1), on aura ainsi une méthode directe de solution numérique.

On fera aisément l'extension possible aux problèmes analogues transcendants, et surtout aux équations intégrales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les familles de fonctions algébroïdes.* Note de M. **Georges Rémoundos**, présentée par M. Émile Picard.

1. On sait que les théorèmes de M. Picard sont complétés par les travaux de MM. Landau, Hurwitz, Schottky, Carathéodory et Boutroux ([1]), qui donnent une propriété commune à toute une famille de fonctions holomorphes admettant des valeurs exceptionnelles; j'ai fait connaître des théorèmes appartenant au même ordre d'idées et concernant des familles de fonctions multiformes dans un domaine dans deux Notes antérieures (*Comptes rendus :* 1° *Le théorème de M. Picard et les fonctions multiformes*, t. 155, 28 octobre 1912, p. 818; 2° *Le théorème de M. Picard et les fonctions algébroïdes*, 30 décembre 1912).

2. Je me propose de faire connaître ici de nouveaux résultats concernant les familles de fonctions algébroïdes.

I. *Considérons une famille* (f) *de fonctions algébroïdes définie par l'équation*

$$F(z, u) = u^n + A_1(z)u^{n-1} + A_2(z)u^{n-2} + \ldots + A_{n-1}(z)u + g(z) = 0, \tag{1}$$

où les fonctions entières $A_1(z)$, $A_2(z)$, ..., $A_{n-1}(z)$ *ont tous leurs coefficients donnés et fixes :*

$$\left\{\begin{array}{l} A_1(z) = a_1 + b_1 z + c_1 z^2 + \ldots, \\ A_2(z) = a_2 + b_2 z + c_2 z^2 + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ A_{n-1}(z) = a_{n-1} + b_{n-1} z + c_{n-1} z^2 + \ldots, \end{array}\right. \tag{2}$$

et $g(z)$ *désigne une fonction entière*

$$g(z) = a + \mu_1 z + \mu_2 z^2 + \mu_3 z^3 + \ldots, \tag{3}$$

dont le premier coefficient seulement est fixe, tandis que tous les autres, μ_1, μ_2, μ_3, ..., *sont des paramètres variables; considérons aussi un nombre* u_1 *diffé-*

([1]) Tout récemment M. Montel a fait connaître des nouvelles généralisations importantes des théorèmes de M. Picard [*Sur quelques généralisations nouvelles des théorèmes de M. Picard* (*Annales de l'École Normale*, 3e série, t. XXIX, année 1912; *Comptes rendus des séances de la Société mathématique de France*, séance du 18 décembre 1912)].

rent des racines de l'équation

(4) $$P(u) = u^{n-1} + a_1 u^{n-2} + a_2 u^{n-3} + \ldots + a_{n-1} = 0,$$

il existe un nombre fixe K *tel que toute fonction de la famille* (f) *assujettie à la condition*

(5) $$|\mu_1| > K$$

prenne une fois au moins l'une des valeurs 0 *et* u_1 *à l'intérieur d'un cercle*

(6) $$|z| < R$$

dont le rayon R *dépend seulement des nombres* n, u_1, a_1, b_1, a_2, b_2, ..., a_{n-1}, b_{n-1}, a, μ_1 [*et nullement des autres coefficients des séries* (2) *et* (3)].

Le rayon R doit satisfaire à l'inégalité

$$R > \varphi(\gamma_0, \gamma_1) \quad (^1),$$

où

$$\gamma_0 = \frac{-a}{u_1 P(u_1)}, \qquad \gamma_1 = -\frac{\mu_1 P(u_1) - a(b_1 u^{n-2} + b_2 u^{n-3} + \ldots + b_{n-1})}{u_1 [P(u_1)]^2}.$$

J'établis ensuite un théorème plus général concernant les familles (F) définies par une équation

$$\Psi(z, u) = u^n + A_1(z) u^{n-1} + \ldots \\ + A_{\nu-1}(z) u^{n-\nu+1} + g(z) u^{n-\nu} + A_{\nu+1}(z) u^{n-\nu+1} + \ldots + A_n(z) = 0,$$

dans laquelle le coefficient $g(z)$ d'un terme quelconque contient les paramètres variables μ_1, μ_2, μ_3, ..., les autres fonctions entières $A_1(z)$, $A_2(z)$, ..., $A_{\nu-1}(z)$, $A_{\nu+1}(z)$, ..., $A_n(z)$ étant fixes ; nous considérons ici deux valeurs quelconques u_1 et u_2 différentes de zéro.

Ce théorème a le même énoncé que le précédent, sauf que la condition $P(u_1) \neq 0$ est remplacée par la suivante :

$$(u_1^\nu - u_2^\nu) + a_1(u_1^{\nu-1} - u_2^{\nu-1}) + \ldots \\ + a_{\nu-1}(u_1 - u_2) + a_{\nu+1}\left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2}\right) + \ldots + a_n\left(\frac{1}{u_1^{n-\nu}} - \frac{1}{u_2^{n-\nu}}\right) \neq 0.$$

Lorsque $\nu = n$ et $u_2 = 0$, nous retombons à la condition $P(u_1) \neq 0$ du théorème I.

Faisons encore pour le théorème I la remarque suivante : Si nous donnons au paramètre μ_1 une valeur fixe assujettie à la condition (5), nous obtenons

---

(1) C'est la fonction bien connue indiquée par M. Landau et déterminée par M. Carathéodory. Voir, par exemple : E. LANDAU, *Ueber den Picardschen Satz* (*Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, Jahrgang 51, 1906).

une nouvelle famille extraite de la famille (f), pour laquelle le rayon R est aussi *fixe*.

3. Donnons la définition suivante : Une valeur $u_1 \neq 0$ sera dite *hyper-exceptionnelle* d'une fonction algébroïde $u = a(z)$ dans un domaine (D) si cette fonction et son adjointe a_1 ne prennent pas la valeur u_1 dans ce domaine. Nous établissons le théorème suivant :

II. *Soit* (G) *la famille de fonctions* $u = a(z)$ *algébroïdes ayant le même nombre* n *de branches et prenant en* $z = 0$ *comme valeurs les racines de l'équation*

$$P(u) = u^n + a_1 u^{n-1} + a_2 u^{n-2} + \ldots + a_{n-1} u + a_n = 0,$$

les coefficients $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *étant des nombres donnés quelconques.*

Si les valeurs 0 *et* ∞ *sont exceptionnelles et la valeur* $u_1 \neq 0$ *est hyper-exceptionnelle pour toute fonction de la famille dans un cercle* $|z| < R$, *il existe un nombre fixe* $K(a_1, a_2, \ldots, a_n, u_1) > 0$ *tel que nous ayons l'inégalité* (¹)

$$|u| > K$$

satisfaite pour une au moins des branches dans le cercle $|z| < \frac{R}{2}$.

Le nombre K est donné par la formule

$$K = \frac{|u_1|}{1 + \left|(\omega(\delta_0))^{\frac{1}{n}}\right|},$$

où l'on a

$$\delta_0 = \frac{P(u_1)}{a_n}, \qquad \omega(\delta_0) = e^{\frac{z^{28}}{\sqrt{\lambda}}},$$

en désignant par λ le plus petit des nombres

$$|\log \delta_0|, \quad |\log(1 - \delta_0)|, \quad \left|\log\left(1 - \frac{1}{\delta_0}\right)\right|,$$

les logarithmes étant pris en valeur réduite.

4. Donnons les définitions suivantes :

α'. Si nous considérons une suite de fonctions

$$f_1(z), \quad f_2(z), \quad f_3(z), \quad \ldots, \quad f_n(z), \quad \ldots,$$

(¹) On peut dire que la famille en question est *bornée* dans un sens large du mot, parce que les n points $u = a(z)$ ne pénètrent jamais simultanément à l'intérieur du cercle $|u| > K$, qui est, par conséquent, un domaine exceptionnel pour la famille (G). L'intérêt d'une telle famille, dans le cas de fonctions holomorphes, est montré par M. Montel [*Sur les familles de fonctions analytiques qui admettent des valeurs exceptionnelles dans un domaine* (*Annales de l'École Normale*, 3e série, t. XXIX, 1912)].

algébroïdes à ν branches dans un domaine D, nous dirons que cette suite converge uniformément vers un ensemble fini de fonctions algébroïdes $f(z)$, si l'on peut faire correspondre à chaque nombre positif ε arbitrairement petit un entier p tel que pour $n > p$ on ait

$$|f(z) - f_n(z)| < \varepsilon,$$

pour une au moins des branches des $f(z)$ et pour une au moins des branches des $f_n(z)$ et pour tout point z appartenant au domaine D_1.

C'est une généralisation de la convergence uniforme classique.

β'. Une famille (F) de fonctions algébroïdes à ν branches dans un domaine D sera dite *normale* si, de toute suite infinie formée de fonctions de (F), on peut extraire une suite nouvelle convergeant uniformément, dans l'intérieur de D, *vers des fonctions algébroïdes* (*l'infini compris*), *dont le nombre total de branches est égal à* ν. Le nombre des fonctions limites sera, par conséquent, au plus égal à ν; si $\nu = 1$, nous retombons à la notion des familles normales de fonctions holomorphes utilisée par M. P. Montel dans ses importants travaux. [1. *Sur les suites infinies de fonctions* (Thèse et *Annales de l'École Normale*, 3e série, t. XXIV, 1907); 2. *Leçons sur les séries de polynomes à une variable complexe*, Paris, Gauthier-Villars; 3. *Sur les familles de fonctions analytiques qui admettent des valeurs exceptionnelles dans un domaine* (*Annales de l'École Normale*, t. XXIX, 1912).]

Nous établissons le théorème suivant :

III. *Toute famille de fonctions algébroïdes à un nombre fixe* ν *de branches dans un domaine* D, *bornées dans leur ensemble dans le même domaine*, *est une famille normale*.

C'est une extension aux fonctions algébroïdes d'un théorème énoncé par M. Montel dans ses travaux ci-dessus énoncés (1) et (3).

NOMOGRAPHIE. — *Sur la disjonction des variables dans les équations représentables par des nomogrammes à points alignés.* Note de M. **Farid Boulad Bey**, présentée par M. Appell.

On sait qu'une équation quelconque $F_{123} = 0$ à trois variables z_1, z_2, z_3 est représentable par un nomogramme à simple alignement, si elle peut

être mise sous la forme du déterminant (¹)

$$\begin{vmatrix} F_1 & G_1 & H_1 \\ F_2 & G_2 & H_2 \\ F_3 & G_3 & H_3 \end{vmatrix} = 0, \qquad (1)$$

F_i, G_i, H_i désignant des fonctions réelles d'une seule variable z_i. Nous avons déjà indiqué diverses méthodes propres à effectuer cette réduction lorsqu'elle est possible (²), c'est-à-dire d'opérer ce que M. d'Ocagne appelle la disjonction des trois variables z_1, z_2, z_3. Nous allons ici présenter une nouvelle méthode permettant, dans bien des cas, d'effectuer cette opération par la seule résolution de trois identités fonctionnelles au moyen de la notion si féconde des valeurs critiques de M. d'Ocagne.

Les solutions fournies par cette méthode offrent d'ailleurs un intérêt particulier, en raison du grand nombre de paramètres arbitraires qu'elles renferment et qui se prêtent à diverses variantes.

En l'appliquant à l'équation d'ordre 3, nous établirons que les trois genres de nomogrammes à échelles *cubiques*, *coniques* et *rectilignes* connus comme représentatifs de cette équation peuvent être définis au moyen d'un seul déterminant général à 12 paramètres arbitraires, et que les deux genres de nomogrammes *coniques* et *rectilignes* peuvent aussi s'obtenir en décomposant en facteurs l'équation générale résultant de ce déterminant pour les supports des échelles correspondantes.

En effet, en remarquant que l'équation quelconque $F_{123} = 0$ peut s'écrire sous la forme

$$F_{123} = 1 \times F_{123} + 0 \times \Phi_{123} + 0 \times \Psi_{123} + 0 \times \chi_{123} = 0, \qquad (2)$$

où $\Phi_{123}, \Psi_{123}, \chi_{123}$ sont trois fonctions *arbitraires*, il est aisé de voir que, si ces trois fonctions sont telles que les trois identités suivantes :

$$(3) \quad \begin{cases} 1 \times F_{123} + F_1\Phi_{123} + G_1\Psi_{123} + H_1\chi_{123} \equiv 0 & \text{(quels que soient } z_2 \text{ et } z_3\text{)}, \\ 1 \times F_{123} + F_2\Phi_{123} + G_2\Psi_{123} + H_2\chi_{123} \equiv 0 & \text{(quels que soient } z_1 \text{ et } z_3\text{)}, \\ 1 \times F_{123} + F_3\Phi_{123} + G_3\Psi_{123} + H_3\chi_{123} \equiv 0 & \text{(quels que soient } z_1 \text{ et } z_2\text{)}, \end{cases}$$

admettent une solution par rapport à F_i, G_i, H_i, le problème ci-dessus est

(¹) *Traité de Nomographie*, par M. d'Ocagne, p. 123, et son *Cours de Calcul graphique et Nomographie*, p. 221.

(²) *Comptes rendus*, 14 février 1910, p. 379; *Bull. de la Soc. math. de France*, t. XXXIX, 1911, p. 105, et t. XL, fasc. 4, 1912, p. 383; *Intern. Congress of Mathematicians*, Cambridge, 1912.

résolu d'une manière générale, car ces trois identités avec l'équation (2) donnent, par élimination, un déterminant du quatrième ordre qui se réduit immédiatement au déterminant voulu (1).

Cela posé, montrons comment on peut résoudre algébriquement ces identités dans le cas d'une équation d'ordre quelconque. Soient $f_i^1, f_i^2, \ldots, f_i^n$ (pour $i=1,2,3$) trois systèmes de fonctions quelconques, chacune d'une seule variable z_i, par rapport auxquelles l'équation proposée est nomographiquement rationnelle sous forme homogène. Prenons, pour chacune des trois fonctions ci-dessus $\Phi_{123}, \Psi_{123}, \chi_{123}$, une expression qui soit aussi nomographiquement rationnelle par rapport aux mêmes systèmes de fonctions $f_i^1, f_i^2, \ldots, f_i^n$. Considérons comme paramètres les coefficients des termes contenus dans ces expressions. Cela dit, pour avoir un quelconque des trois systèmes de fonctions F_i, G_i, H_i, par exemple le système des trois fonctions F_1, G_1, H_1 qui doivent vérifier la première identité (3), recherchons par le procédé de M. d'Ocagne les équations qui déterminent les valeurs critiques de z_1 correspondant à une valeur indéterminée donnée à chacune des autres variables z_2 et z_3 dans cette identité.

Pour cela, ordonnons celle-ci par rapport aux quantités ou groupes de quantités $f_2^k f_3^p$, f_2^k, f_3^p et égalons à zéro les facteurs de toutes ces quantités [1] dans le développement obtenu. Nous aurons alors un système d'équations linéaires en F_1, G_1, H_1.

A présent, il suffit de vérifier la compatibilité de ce système quel que soit z_1 et d'en résoudre ensuite trois équations quelconques, pour avoir les éléments cherchés F_1, G_1, H_1.

Application. — Écrivons la forme canonique suivante, entièrement symétrique, de l'équation d'ordre nomographique 3 la plus générale

$$F_{123} = \alpha f_1 f_2 f_3 + \beta \Sigma f_i f_j + \gamma \Sigma f_i + \delta = 0. \tag{4}$$

Pour effectuer la disjonction des variables par la méthode en question, adoptons, en nous référant aux notations ci-dessus, les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
\Phi_{123} &= m\, f_1 f_2 f_3 + n\, \Sigma f_i f_j + p\, \Sigma f_i + q, \\
\Psi_{123} &= m' f_1 f_2 f_3 + n' \Sigma f_i f_j + p' \Sigma f_i + q', \\
\chi_{123} &= m'' f_1 f_2 f_3 + n'' \Sigma f_i f_j + p'' \Sigma f_i + q'',
\end{aligned}$$

où $m, n, \ldots, p'', q''$ sont des paramètres arbitraires.

---

[1] Ces quantités $f_2^k f_3^p$, f_2^k, f_3^p étant linéairement indépendantes.

Introduisons ces expressions dans les trois identités (3). Ensuite résolvons la première de celles-ci par le procédé ci-dessus de M. d'Ocagne; nous aurons le système suivant d'équations linéaires définissant les éléments inconnus F_i, G_i, H_i (pour $i = 1$, 2 et 3 en raison de la symétrie complète)

$$(5)\quad \begin{cases} F_i(mf_i + n) + G_i(m'f_i + n') + H_i(m''f_i + n'') = -\alpha f_i - \beta, \\ F_i(nf_i + p) + G_i(n'f_i + p') + H_i(n''f_i + p'') = -\beta f_i - \gamma, \\ F_i(pf_i + q) + G_i(p'f_i + q') + H_i(p''f_i + q'') = -\gamma f_i - \delta. \end{cases}$$

Remarquons que, si, dans ce système à 12 paramètres arbitraires, on fait

$$\alpha = p' = 1 \qquad \text{et} \qquad n = q'' = -1,$$

et si l'on annule tous les autres paramètres, on aura la solution particulière suivante, déjà donnée par M. Clark,

$$F_i = f_i + \beta, \qquad G_i = f_i^2 - \gamma, \qquad H_i = f_i^3 + \delta.$$

Les éléments F_i, G_i, H_i du déterminant générateur du nomogramme représentatif de l'équation (4), étant ainsi définis par les équations (5), pour avoir, à présent, en coordonnées cartésiennes et homogènes x, y, z, l'équation générale des supports des échelles de ce nomogramme, il suffit de substituer x, y, z respectivement à F_i, G_i, H_i dans les deux équations linéaires et homogènes résultant de l'élimination du second membre des équations (5) entre celles-ci. Ensuite, en éliminant f_i entre ces deux équations homogènes, on aura une équation du troisième degré représentant le support aux échelles ci-dessus. Cette équation étant à 12 paramètres arbitraires, on peut démontrer qu'elle est décomposable en deux facteurs représentant les équations des supports correspondant aux deux genres de nomogrammes coniques et rectilignes.

Nous nous réservons d'étendre cette méthode aux équations à quatre variables d'ordre quelconque représentables par double alignement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le théorème d'indépendance de Hilbert.* Note de M. **Th. De Donder**, présentée par M. P. Appell.

I. Grâce à la théorie des invariants intégraux, nous avons étendu dans ces *Comptes rendus* (séance du 17 février 1913) le théorème d'indépendance de Hilbert, au cas où la fonction F dépend des n fonctions $y_1, \ldots, y_n$

de la variable indépendante t, ainsi que de leurs dérivées *jusqu'à un ordre quelconque;* cette théorie fournit aussi l'extension des résultats de MM. Hilbert, Hahn et Bolza, relatifs au cas où F ne renferme que les dérivées premières.

II. Supposons maintenant qu'il y ait *plusieurs variables indépendantes*, par exemple t_1 et t_2; et pour plus de simplicité aussi, supposons que F ne contienne les dérivées partielles que jusqu'à l'ordre *deux*. Posons

$$\frac{\partial y_i}{\partial t_1} \equiv y_i^{(1)}, \quad \ldots, \quad \frac{\partial^2 y_i}{\partial t_1\,\partial t_2} \equiv y_i^{(12)}, \quad \frac{\partial^2 y_i}{\partial t_2^2} \equiv y_i^{(22)} \qquad (i=1,\ldots,n).$$

III. Soit

$$(1)\qquad \begin{cases} j_1 \equiv \sum_1^n {}_i\, N_{1i}\,\delta y_i, \\ j_2 \equiv \sum_1^n {}_i\, N_{2i}\,\delta y_i, \end{cases}$$

un invariant intégral relatif 1-uple [1] des équations différentielles totales, immédiatement intégrables

$$dy_i = Y_{1i}(t_1 t_2 y)\,dt_1 + Y_{2i}(t_1 t_2 y)\,dt_2 \qquad (i=1,\ldots,n).$$

On aura, par définition,

$$\frac{dj_1}{dt_1} + \frac{dj_2}{dt_2} = \delta F,$$

où F est une fonction de $y_1, \ldots, y_n, t_1, t_2$, et où $\delta t_1 = \delta t_2 = 0$.

Pour que [2]

$$(2)\qquad \sum_1^n {}_i\,(N_{1i}\,\delta y_i\,\delta t_2 - N_{2i}\,\delta y_i\,\delta t_1) + \left[F - \sum_1^n {}_i\,(N_{1i}Y_{1i} + N_{2i}Y_{2i})\right]\delta t_1\,\delta t_2$$

soit une différentielle exacte 2-uple, il faut et *il suffit que j_1 et j_2 soient deux différentielles exactes* (où $\delta t_1 = \delta t_2 \equiv 0$).

IV. Considérons la fonction F du n° II et identifions

$$\frac{d}{dt_1}\sum_1^n {}_i\,[P_{1i}\,\delta y_i + Q_{1i}\,\delta y_i^{(1)} + R_{1i}\,\delta y_i^{(2)}] + \frac{d}{dt_2}\sum_1^n {}_i\,[P_{2i}\,\delta y_i + Q_{2i}\,\delta y_i^{(1)} + R_{2i}\,\delta y_i^{(2)}] = \delta F.$$

(1) Nous avons indiqué cette extension dans une Note présentée, par M. Appell, à l'Académie des Sciences de Paris (séance du 9 septembre 1901).

(2) L'expression (2) se déduit de (1) par un procédé analogue à celui employé dans notre Note précédente.

On trouve n équations aux dérivées partielles

$$(3)\quad \frac{\partial F}{\partial y_i} - \frac{d}{dt_1}\frac{\partial F}{\partial y_i^{(1)}} - \frac{d}{dt_2}\frac{\partial F}{\partial y_i^{(2)}} + \frac{d^2}{dt_1^2}\frac{\partial F}{\partial y_i^{(11)}} + \frac{d^2}{dt_1\,dt_2}\frac{\partial F}{\partial y_i^{(12)}} + \frac{d^2}{dt_2^2}\frac{\partial F}{\partial y_i^{(22)}} = 0,$$

et des équations qui déterminent complètement les $P_{1i}, \ldots, R_{2i}$, à l'exception des R_{1i} et des Q_{2i}, qui ne sont soumis qu'aux conditions

$$R_{1i} + Q_{2i} = \frac{\partial F}{\partial y_i^{(12)}} \qquad (i = 1, \ldots, n).$$

V. Supposons que l'on connaisse $2n$ fonctions $\overline{y_1^{(1)}}, \ldots, \overline{y_n^{(1)}}, \overline{y_1^{(2)}}, \ldots, \overline{y_n^{(2)}}$ des $n+2$ variables $y_1, \ldots, y_n, t_1, t_2$, satisfaisant identiquement aux équations (3). Posons

$$\overline{N_{1i}} \equiv \overline{P_{1i}} + \sum_1^n {}_k \left(\overline{Q_{1k}} \frac{\partial \overline{y_k^{(1)}}}{\partial y_i} + \overline{R_{1k}} \frac{\partial \overline{y_k^{(2)}}}{\partial y_i} \right),$$

et de même pour $\overline{N_{2i}}$.

On aura le *théorème d'indépendance* suivant : Pour que

$$(4)\qquad \sum_1^n {}_i \left(\overline{N_{1i}}\, \delta y_i\, \delta t_2 - \overline{N_{2i}}\, \delta y_i\, \delta t_1 \right) + \left[F - \sum_1^n {}_i \left(\overline{N_{1i}}\, \overline{y_i^{(1)}} + \overline{N_{2i}}\, \overline{y_i^{(2)}} \right) \right] \delta t_1\, \delta t_2$$

soit une différentielle exacte 2-uple, il faut et il suffit que

$$\sum_1^n {}_i \overline{N_{1i}}\, \delta y_i,$$

$$\sum_1^n {}_i \overline{N_{2i}}\, \delta y_i$$

soient deux différentielles exactes.

Si $n = 1$, l'expression (4) sera *toujours* une différentielle exacte 2-uple.

MÉCANIQUE. — *Appareil de mesure des vibrations de corps solides en mouvement.* Note de M. **Carlo Bourlet**, présentée par M. H. Sebert.

La mesure de la fréquence et de l'amplitude des vibrations d'un corps solide en mouvement, par exemple du châssis d'une voiture ou de l'aile d'un aéroplane, ne peut pas être effectuée avec les instruments ordinaires,

parce qu'on ne dispose pas, au voisinage du corps vibrant, d'un support fixe sur lequel on puisse installer un appareil enregistreur.

Pour réaliser cette mesure j'ai imaginé le dispositif suivant qui n'exige aucun support fixe au voisinage immédiat de la pièce vibrante. Il comprend deux capsules manométriques reliées entre elles par un tube de caoutchouc qui peut être aussi long qu'il sera nécessaire. Sur la membrane flexible de la première capsule, dite *réceptrice*, est collé un large disque métallique assez lourd. On fixe cette capsule directement sur le corps vibrant, de façon que le plan de sa membrane soit normal à la direction des vibrations. La capsule participe ainsi au mouvement vibratoire, sans le troubler, pourvu que sa masse soit très faible par rapport à celle du corps vibrant. En vertu de son inertie, le disque métallique prend alors, par rapport à la capsule, un mouvement oscillatoire relatif inverse, et la membrane est ainsi animée d'un mouvement vibratoire de même période que celui qu'il s'agit d'enregistrer. Les variations de pression qui en résultent à l'intérieur de la capsule réceptrice se transmettent à la seconde capsule dite *enregistreuse*, laquelle est disposée comme une capsule ordinaire de Marey et est munie d'un style qui inscrit ses mouvements sur un cylindre tournant.

Par exemple, pour mesurer la vibration d'une aile d'aéroplane, on fixe par deux vis la petite capsule réceptrice au point de l'aile qu'on veut étudier. Le dispositif enregistreur est placé dans le fuselage sur un matelas amortisseur et le tube de caoutchouc qui relie les deux capsules court à l'intérieur de l'aile.

Un calcul sommaire montre que le mouvement relatif du disque par rapport à la capsule réceptrice est composé d'une part d'un mouvement vibratoire principal synchrone de celui qu'on veut enregistrer et d'autre part d'un mouvement vibratoire secondaire dû à l'élasticité de la membrane. Il faut évidemment construire l'appareil de telle sorte que ce mouvement secondaire soit tout à fait négligeable. C'est ce qu'on obtient en employant une membrane épaisse, bien tendue, et un disque métallique de grand diamètre qui la couvre presque entièrement de façon à ne laisser qu'une étroite bande circulaire à découvert. Dans ces conditions, le calcul fait prévoir que, pour une fréquence donnée, l'amplitude a' des oscillations du style enregistreur est proportionnelle à l'amplitude a des vibrations qu'on veut mesurer, mais que le rapport de ces deux amplitudes est une fonction décroissante de la fréquence.

Cet appareil a été exécuté au Laboratoire du duc de Guiche avec lequel j'ai étudié la réalisation pratique du dispositif.

L'expérience confirme les prévisions théoriques :

1° Le mouvement vibratoire secondaire est absolument négligeable et même en général imperceptible, de telle sorte que les fréquences du mouvement vibratoire qu'on mesure et du mouvement du style sont égales ;

2° Pour une fréquence donnée, le rapport $r = \frac{a}{a'}$ reste constant quand on fait varier a;

3° L'amortissement r augmente quand la fréquence diminue.

Pour se servir de l'appareil, il faut donc l'étalonner au préalable au laboratoire de façon à connaître r en fonction de la fréquence. Les expériences d'étalonnage que nous avons faites ont montré que les indications de l'appareil ne sont pas modifiées par la forme du tube de caoutchouc qui relie les deux capsules, qu'on peut à volonté maintenir déroulé ou enroulé pourvu que le nombre des enroulements ne soit pas trop grand. Il est bien clair que cet étalonnage ne vaut que pour un appareil déterminé; mais une fois établi, on peut se servir de l'instrument pendant assez longtemps sans avoir besoin d'en faire la vérification.

MÉCANIQUE. — *Sur la propagation des déflagrations dans les mélanges gazeux*. Note de M. **Émile Jouguet**, présentée par M. L. Lecornu.

1. Je me propose d'étudier les mouvements *permanents*, *par tranches parallèles*, d'un mélange gazeux susceptible de brûler, dans l'hypothèse où les échanges de chaleur se font par conductibilité. On peut espérer obtenir ainsi des résultats applicables, en première approximation, d'une part au problème de la combustion d'un mélange s'écoulant par un orifice, bien qu'ici le mouvement ne se fasse pas par tranches parallèles, d'autre part à celui de la propagation lente des flammes dans les tubes, étudié par Mallard et Le Chatelier, bien que l'expérience ne donne pas, pour cette propagation des déflagrations, de régimes rigoureusement permanents, le mode d'avancement de la flamme s'altérant toujours spontanément au bout d'un certain parcours.

2. Soient v le volume spécifique du fluide, T sa température absolue, α la variable chimique, p la pression, u la vitesse ; k le coefficient de conductibilité; C, h, r les coefficients calorifiques de l'unité de masse qui, comme k, sont en général fonctions de v, α, T.

Le mouvement étant permanent, v, T, α, p, u sont fonctions de x seul. Désignons d'ailleurs par $\frac{D}{Dt}$ la dérivée prise en suivant une molécule, en remarquant que $\frac{D}{Dt} = u\frac{d}{dx}$. Les équations du problème seront :

(1) $$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = 0 \quad \text{ou} \quad u = mv \quad \text{(équation de continuité);}$$

(2) $$v\frac{dp}{dx} + u\frac{du}{dx} = 0 \quad \text{ou} \quad p + mu = D \quad \text{ou} \quad p + m^2 v = D;$$

(3) $$F\left(v, \alpha, T, \frac{D\alpha}{Dt}, \frac{Dv}{Dt}, \frac{dT}{dt}\right) = 0 \quad \text{(équation de la combustion chimique);}$$

(4) $$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = \frac{1}{v}\left(C\frac{DT}{Dt} + h\frac{Dp}{Dt} + r\frac{D\alpha}{Dt}\right) = m\left(C\frac{dT}{dx} + h\frac{dp}{dx} + r\frac{d\alpha}{dx}\right)$$
(équation de la conductibilité);

(5) $$p = \varphi(v, \alpha, T) \quad \text{(équation de compressibilité).}$$

Nous supposerons la masse fluide partagée en deux parties séparées par la tranche $x = 0$. Dans la partie 1, s'étendant de $-\infty$ à zéro, le mélange ne brûle pas ; dans la partie 2, entre $x = 0$ et $x = +\infty$, il brûle. Sur la tranche $x = 0$, il est porté à la température d'inflammation τ, *supposée indépendante de la pression*.

Le mouvement 1 est régi par les équations (1), (2), (4), (5), où l'on fait $\alpha = 0$. La solution v_1, T_1, u_1, p_1 comporte, en comptant m et D, quatre constantes. Dans la partie 2, les équations (1), (2), (3), (4), (5) donnent v_2, T_2, α_2, u_2, p_2 avec cinq constantes. Il faudra que

(6) $$\begin{cases} \text{pour } x = -\infty : \quad v_1 = v_0, \quad T_1 = T_0, \quad \frac{dT_1}{dx} = 0; \\ \text{pour } x = 0 : \quad T_1 = T_2 = \tau, \quad v_2 = v_1, \quad \alpha_2 = 0, \quad u_2 = u_1, \quad \frac{dT_2}{dx} = \frac{dT_1}{dx}; \\ \text{pour } x = +\infty : \quad \frac{dT_2}{dx} = 0. \end{cases}$$

On va voir que la condition $\left(\frac{dT_1}{dx}\right)_{x=-\infty} = 0$ est vérifiée d'elle-même. Dès lors les constantes sont déterminées par les conditions (6). La valeur $u_0 = mv_0$ de la vitesse u pour $x = -\infty$ est donc déterminée, et c'est évidemment là *la vitesse de propagation de la flamme dans le milieu supposé immobile*.

3. L'intégration pour le mouvement 1, sans combustion, peut se faire, comme l'a montré Rankine, lorsqu'on suppose le gaz parfait avec un

coefficient de conductibilité k et un rapport des chaleurs spécifiques γ constants. L'équation (4) (où l'on fait $\alpha = 0$) donne alors, en effet, en se servant de (2),

$$2m(\gamma - 1)\frac{dT}{dx} = -(\gamma + 1)p^2 + 2Dp + E,$$

ce qui peut s'écrire

$$\frac{2m(\gamma - 1)}{\gamma + 1}k\frac{dT}{dx} = (p - b)(a - p), \tag{7}$$

a et b étant de nouvelles constantes qui peuvent remplacer D et E, et telles que $D = (\gamma + 1)\frac{(a + b)}{2}$. L'équation (5) est d'ailleurs

$$pv = RT.$$

D'où, par (1), (2),

$$T = \frac{p(D - p)}{Rm^2} = \frac{p[(\gamma + 1)(a + b) - 2p]}{2Rm^2}. \tag{8}$$

L'élimination de T entre (7) et (8) donne, après intégration :

$$\frac{m(\gamma + 1)R}{(\gamma - 1)k}(x + l) = \frac{(\gamma + 1)a + (\gamma - 3)b}{a - b}L(p - b) - \frac{(\gamma - 3)a + (\gamma + 1)b}{a - b}L(a - p). \tag{9}$$

On voit facilement, sur ces formules, que la condition $\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x = -\infty}$ est vérifiée d'elle-même.

Suivant que a est inférieur ou supérieur à $\frac{\gamma + 1}{3 - \gamma}b$, les fonctions (9) sont représentées par la figure 1 ou la figure 2.

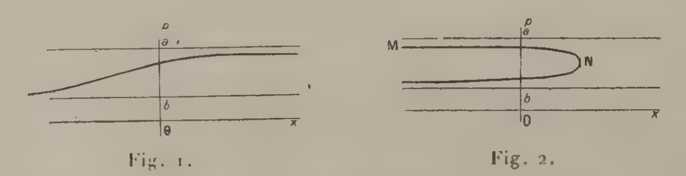


Fig. 1. Fig. 2.

Des calculs numériques montrent que la figure 1 ne donne pas une élévation de température suffisante pour passer de la température ordinaire à la température d'inflammation des gaz usuels. De plus, quand on a en vue des indications applicables au cas de l'écoulement par un orifice, il faut que la pression diminue de $x = -\infty$ à $x = 0$. Il faut donc se reporter à la figure 2, dont d'ailleurs l'arc MN convient seul pour remplir l'espace $-\infty, 0$.

4. On peut tirer tout de suite de ce qui précède une limite supérieure de la vitesse de propagation u_0. La température maximum, celle du point N, est $\frac{D^2}{4Rm^2}$ ou $\frac{(RT_0+u_0^2)^2}{4Ru_0^2}$.

Elle doit être supérieure à τ, ce qui donne, pour les petites vitesses de propagation, qui sont celles qui nous intéressent,

$$u_0 < \sqrt{R(2\tau - T_0) - 2R\sqrt{\tau(\tau - T_0)}}. \tag{10}$$

Cette limite est inférieure à $\sqrt{RT_0}$, vitesse du son dans le milieu frais calculée par la formule de Newton. Elle est malheureusement encore assez élevée.

5. La tranche $x = 0$ est, pour v et T, une onde au sens d'Hugoniot.

Si la loi de la combustion (3) est telle que la vitesse de réaction soit nulle au voisinage de $T = \tau$, on montre facilement que la vitesse *par rapport à la matière* d'une onde du premier et du deuxième ordre pour v est $\sqrt{R\tau}$. Cette valeur, compatible avec la limite (10), est néanmoins trop forte pour les nombres expérimentaux. L'ordre de l'onde doit donc être supérieur au deuxième.

Si l'on admet, en première approximation, que la vitesse de réaction est finie dès qu'on arrive à $T = \tau$, on voit de même que l'onde peut être du deuxième ordre en v et T.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'extension des équations mécaniques de M. Appell à la Physique des milieux continus. Application à la théorie des électrons.* Note de M. **Édouard Guillaume**, présentée par M. Appell.

M. Appell a montré [1] que les équations générales de la Dynamique, pour un système quelconque, peuvent s'obtenir en cherchant le minimum de la fonction quadratique des accélérations

$$R = S - \sum_1^n Q_i q_i'' \quad \text{avec} \quad S = \sum \frac{m}{2} j^2, \tag{I}$$

S étant l'*énergie d'accélération*, Q_i la force généralisée et q_i'' la dérivée seconde par rapport au temps de la coordonnée généralisée q_i; il a indiqué

[1] P. Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, t. II.

l'application de ce principe à l'Hydrodynamique et à l'Électrodynamique [1].

Pour étendre la relation (I) aux milieux continus, nous ferons d'abord les remarques suivantes :

1° Si le système possède une énergie potentielle W, on a

$$\sum_1^k Q_i q_i'' = W'' + R_1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, k)$$

en désignant par Q_i les forces dérivant de ce potentiel et par R_1 un terme indépendant des q_i''. Les $n-k$ forces restantes seront dites *forces extérieures au système* et l'on posera

$$E = \sum_{k+1}^n Q_l q_l'' \qquad (l = k+1, \ldots, n);$$

2° S'il y a des équations de liaison de la forme

$$J_h = 0,$$

on peut introduire [2], par une généralisation de la méthode des multiplicateurs de Lagrange, des fonctions à déterminer λ_h, de façon que $\sum \lambda_h J_h$ puisse être considérée comme une énergie potentielle supplémentaire;

3° Dans le cas où l'énergie cinétique T est exprimée en coordonnées cartésiennes, on a

$$\frac{1}{2}\frac{\partial T''}{\partial x''} = \frac{\partial S}{\partial x''}.$$

L'équation (I) peut alors être remplacée, si l'on fait usage de coordonnées cartésiennes, par

$$\text{(I')} \qquad R = \frac{1}{2}T'' + W'' + \sum(\lambda_h J_h) - E.$$

Si les coordonnées sont quelconques, il faut mettre S à la place de $\frac{1}{2}T''$.

Il est maintenant aisé d'écrire la fonction R pour les milieux continus. Dans ce cas, on considère le mouvement d'un élément de volume $d\tau$ d'un certain volume V limité par une surface σ dans le milieu. Les fonctions S ou T et W deviennent des intégrales étendues au volume V. Le terme relatif aux équations de liaison s'obtiendra en multipliant les premiers

---

[1] P. Appell, *Aperçu sur l'emploi possible de l'énergie d'accélération dans les équations de l'Électrodynamique* (*Comptes rendus*, séance du 22 avril 1912).

[2] H. Poincaré, *Leçons sur la théorie de l'élasticité*, 1892.

membres de ces équations respectivement par $\lambda_h d\tau$, en les ajoutant et en les intégrant sur tout le volume V. Le terme E pourra donner à la fois une intégrale de volume et une intégrale de surface. En définitive, R se présentera sous la forme

$$R = \iiint \varphi_0 \, d\tau + \iint \psi_0 \, d\sigma,$$

φ_0 et ψ_0 pouvant contenir les accélérations et leurs dérivées partielles. On explicitera ensuite les accélérations de façon à mettre R sous la forme

$$R = \iiint \varphi_1 \, d\tau + \iint \psi_1 \, d\sigma,$$

où φ_1 et ψ_1 sont des polynomes du second ou du premier degré par rapport aux accélérations. Cette transformation est possible, le système étant supposé mécanique. En variant les accélérations, on formera la variation δR qui doit être nulle quelles que soient les variations des accélérations. En annulant les coefficients de ces variations, on obtiendra les relations cherchées.

Application à la théorie des électrons. — Maxwell est le premier qui ait établi un lien mathématique entre la mécanique et les phénomènes électriques. Il se servait des équations de Lagrange : il supposait donc les systèmes holonomes. M. H.-A. Lorentz a repris et généralisé les idées de Maxwell [1]. Il a montré, en particulier, que si l'on considère l'énergie du champ magnétique

(1) $$T = \frac{1}{2} \iiint \mathfrak{h}^2 \, d\tau$$

comme une énergie cinétique, et l'énergie du champ électrique

(2) $$W = \frac{1}{2} \iiint \mathfrak{d}^2 \, d\tau$$

comme une énergie potentielle, les vecteurs $\mathfrak{h}$ et $\mathfrak{d}$ satisfaisant aux équations de liaison

(3) $$c \operatorname{rot} \mathfrak{h} - \mathfrak{v} \operatorname{div} \mathfrak{d} - \mathfrak{d}' = 0,$$

(4) $$\operatorname{div} \mathfrak{h} = 0$$

($\mathfrak{v}$ vitesse de la matière, c vitesse de la lumière), il est possible, au moyen du principe de d'Alembert, d'établir l'équation fondamentale

(5) $$\operatorname{rot} \mathfrak{d} = -\frac{1}{c} \mathfrak{h}'.$$

---

(1) H.-A. LORENTZ, *Archives néerlandaises*, t. XXV, 1892, et *Encykl der math. Wissenschaften*, V2, 1904.

La démonstration exige certaines restrictions dues à l'emploi des quantités d'électricité comme coordonnées et à l'introduction de leurs déplacements virtuels. M. Lorentz est alors conduit à définir une nouvelle classe de systèmes qu'il nomme *quasi-holonomes*. Il suppose qu'un système d'électrons appartient à cette classe.

En partant de l'expression (I′), *on peut, étant données les équations* (1), (2), (3) *et* (4), *établir l'équation* (5) *en supposant, d'une façon générale, le système non holonome*. En effet, conformément aux significations de T et de W, le champ magnétique $\mathfrak{h}$ est l'analogue d'une vitesse, $\mathfrak{h}'$ d'une accélération ; $\mathfrak{d}$, le champ électrique, mesurera la déformation produisant l'énergie potentielle, $\mathfrak{d}'$ sera la vitesse de variation de cette déformation et $\mathfrak{d}''$ en sera l'accélération ; l'équation (3) permet d'exprimer immédiatement $\mathfrak{d}''$ en fonction de $\mathfrak{h}'$, de sorte que nous n'aurons plus qu'une équation de liaison, l'équation (4), à considérer.

Appelons $\mathfrak{F}\,d\sigma$ la force agissant sur l'élément $d\sigma$, on a

$$\begin{aligned} \mathrm{R} &= \iiint \left(\frac{1}{2}\mathfrak{h}'^2 + c\,\mathfrak{d}\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{h}' - 2\lambda'\,\mathrm{div}\,\mathfrak{h}'\right) d\tau - \iint \mathfrak{F}\mathfrak{h}'\,d\sigma + \ldots \\ &= \iiint \left(\frac{1}{2}\mathfrak{h}'^2 + c\,\mathfrak{h}'\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{d} + 2\,\mathfrak{h}'\,\mathrm{grad}\,\lambda'\right) d\tau - \iint (c[\mathfrak{d}\mathfrak{h}']_n + \lambda'\mathfrak{h}' + \mathfrak{F}\mathfrak{h}')\,d\sigma + \ldots. \end{aligned}$$

De l'intégrale de volume on tire

$$\mathfrak{h}' = -\frac{1}{c}\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{d} - 2\,\mathrm{grad}\,\lambda'. \tag{6}$$

Pour déterminer λ', il suffit de former div $\mathfrak{h}'$ en tenant compte de l'équation (4).

On trouve alors que λ' doit être constant ; son gradient est donc nul et l'équation (6) se réduit à l'équation cherchée (5). L'intégrale de surface permet de déterminer la force $\mathfrak{F}$. Pour trouver la signification de celle-ci, il suffit de chercher le travail par unité de temps. On trouve, en prenant la constante λ' égale à zéro,

$$\mathfrak{F}\mathfrak{h} = -c[\mathfrak{d}\mathfrak{h}]_n,$$

c'est-à-dire le flux d'énergie de Poynting.

Si, restant dans l'éther, on partait des équations (1), (2), (4) et (5), l'expression (I′) permettrait de déterminer l'équation (3) privée du terme relatif à la matière. On met ainsi en évidence, d'une façon frappante, ce dualisme si souvent constaté en électricité.

La fécondité de la méthode proposée ici provient de ce qu'on substitue aux déplacements virtuels des *accélérations virtuelles*. Les quantités d'électricité n'entrent plus en jeu. Il n'est pas besoin de pénétrer dans le mécanisme du phénomène.

De la possibilité d'établir, pour la théorie des électrons, les expressions φ_1 et ψ_1 découle la possibilité d'une interprétation mécanique de cette théorie.

Outre le principe de d'Alembert, on a essayé, surtout depuis Helmholtz, d'étendre le principe d'Hamilton à toute la Physique. Or ces principes s'appliquent mal à la théorie de Maxwell et à la théorie des électrons. On est en droit de penser que le principe de M. Appell ainsi généralisé pourra, dans nombre de cas tout au moins, leur être substitué avantageusement.

On peut voir que les considérations ci-dessus s'étendent à la Mécanique de M. Einstein. Celui-ci a introduit la fonction (¹)

$$H = -m_0 c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

pour former, dans sa Mécanique, les équations de Lagrange et d'Hamilton. Il est aisé de voir que H est l'analogue de T dans la Mécanique ordinaire. On a, en effet,

$$\frac{1}{2}\frac{\partial H''}{\partial v'} = \mathfrak{F},$$

où $\mathfrak{F}$ désigne une force. C'est l'équation fondamentale du mouvement dans la Mécanique nouvelle. La fonction R s'obtiendra en remplaçant T″ par H″ dans l'expression (I′).

ÉLECTRICITÉ. — *Oscillations hertziennes produites par des décharges intermittentes partant des taches isolées d'une cathode dans un tube de Crookes.* Note de M. **Kr. Birkeland.**

J'ai découvert, il y a quelques années, qu'une cathode dans un tube de décharge alimenté par un *courant continu* émet par seconde, dans certaines conditions, des centaines ou des milliers de faisceaux de rayons cathodiques, séparés par des intervalles déterminés dans chaque cas par les conditions expérimentales (*Comptes rendus*, 17 janvier 1898 : *Sur le spectre des rayons cathodiques*).

M. Strutt (²) n'a pu retrouver les nombreuses raies correspondantes dans le spectre produit par l'action d'un champ magnétique variable, ce qui ne doit être dû qu'à une mauvaise chance, puisque ce phénomène est bien une réalité indiscutable.

(¹) A. Einstein, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, Bd IV, Heft 4.

(²) R.-J. Strutt, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XLVIII, 1899, p. 478.

Plus tard, j'ai retrouvé dans d'autres expériences ces mêmes phénomènes des chocs cathodiques intermittents, en opérant avec un gros globe-cathode magnétique. J'ai alors constaté que ces chocs jaillissaient par intermittence de la cathode, de taches toujours différentes, qui se rangeaient en deux bandes équidistantes et parallèles à l'équateur magnétique du globe. Ces nouveaux phénomènes de décharge ont servi à donner par analogie une explication très plausible des taches solaires (*Comptes rendus*, 21 août 1911 : *Le Soleil et ses taches*).

Ces décharges éruptives peuvent atteindre une violence formidable, si l'on emploie une grosse cathode, avec ou sans un grand condensateur en parallèle, et qu'on laisse les décharges passer à travers une atmosphère d'hydrogène extrêmement raréfiée avec un peu de vapeur d'huile de vaseline.

J'ai obtenu, avec un vase de décharge d'une capacité de 320^l, des effets surprenants en laissant les parties métalliques du vase (plancher et plafond en acier) servir de cathode et en mettant de plus un condensateur d'un demi-microfarad en parallèle des électrodes.

Les décharges éruptives jaillissant des taches des plaques d'acier arrachent des particules visibles d'acier incandescent à blanc, qui sont projetées normalement sur les plaques cathodes.

Je viens d'installer un vase d'une capacité de 1000^l, avec un globe-cathode de 36^{cm} de diamètre afin de pouvoir mieux étudier ces phénomènes et d'autres encore se rattachant aux phénomènes solaires.

Il est probable qu'il se forme autour du globe une enveloppe isolante de molécules de gaz ou d'ions d'une nature complexe, qui donne lieu à une sorte de polarisation à haute tension, laquelle cherche à arrêter la décharge, et que cette atmosphère est alors transpercée par intervalles par l'éruption électrique (voir *Comptes rendus*, 23 décembre 1912 : *Sur la source de l'électricité des étoiles*).

La capacité si extraordinaire du globe-cathode semble varier sensiblement suivant les conditions de la décharge. J'ai trouvé pour un globe de 24^{cm} de diamètre que cette capacité peut être de $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{10}$ de microfarad, ce qui correspond schématiquement à la formation d'une double couche d'électricité séparée d'une couche isolante de quelques millièmes de millimètre. Il est difficile de déterminer actuellement si cette double couche se trouve tout près de la surface du globe-cathode ou si elle constitue peut-être précisément la nappe sphérique très mince et lumineuse qui forme la frontière extérieure de l'espace de Crookes.

S'il peut se former une sorte de double couche d'électricité dans le vide même pour ainsi dire, on sera tenté de croire que les différents strates d'une colonne positive sont aussi constitués par de telles couches doubles d'électricité, formant ensemble une batterie de condensateurs.

Les si remarquables résultats obtenus par J.-J. Thomson [1] semblent parler en faveur d'une telle conception. Ce savant a précisément trouvé que sur le côté d'un strate, en face de la cathode, la force électrique était *négative* et dirigée contre le courant. L'explication de ce fait, donnée par Thomson, semble pouvoir également s'appliquer à l'enveloppe de polarisation qui, d'après mes expériences, se forme dans certaines conditions autour d'une cathode.

L'accumulation de l'électricité négative dans la tête d'un strate semble être le facteur le plus important dans la production de cette polarisation à haute tension.

Nous allons voir comment les chocs intermittents, jaillissant de la cathode sans aucun bruit, et qui donnent ordinairement lieu à des décharges disruptives, peuvent dans certaines conditions donner lieu à des oscillations hertziennes d'une intensité qui, je crois, n'a jamais été surpassée, ni par la méthode Hertz-Marconi, ni par celle de Duddel-Poulsen.

Si l'on emploie une cathode rendue incandescente, soit par les décharges elles-mêmes, soit par d'autres moyens, on aperçoit aussitôt, en mettant les électrodes comme pôles dans un circuit primaire, des oscillations violentes. En même temps, on voit de longs fils fins, fortement lumineux, sortir rapidement l'un après l'autre des points d'éruption sur la cathode. Ces longs faisceaux se trouvent réfléchis de l'anode, à peu près de la même façon qu'un faisceau de lumière par un miroir. Le phénomène peut donner l'impression d'un brillant feu d'artifice. Ces longs fils lumineux emportent avec eux de la matière cathodique. Il est commode d'employer, comme cathode, du graphite (en raison de sa faible désintégration), ou du charbon à une certaine température, par exemple de 1000° C. environ. J'ai employé, comme source d'alimentation, un courant de 100 à 200 milliampères et jusqu'à 20000 volts.

Un excitateur de Hertz, donnant des longueurs d'onde de 1^m ou de 2^m, oscille parfaitement bien de cette manière, et l'intensité des oscillations augmente énormément si l'on emploie un circuit d'une grande période.

Il se forme une série de trains d'ondes, dont le nombre par seconde augmente avec le courant d'alimentation, et l'on peut arriver à s'approcher autant qu'on le veut de l'action d'une série d'oscillations non amorties.

Le système présente une propriété très remarquable, qui nous permet de varier avec facilité l'intensité des ondes dans ce circuit primaire à très haute tension : c'est que la cathode est extrêmement sensible aux forces magnétiques. On peut transmettre des signes télégraphiques au moyen de l'aimantation de la cathode, et il semble que les oscillations même les plus intenses peuvent être fortement variées au moyen des variations magnétiques produites par un microphone.

---

[1] Sir J.-J. Thomson, *Phil. Mag.*, 6e série, t. XVIII, 1909, p. 442.

PHYSIQUE. — *Sur le clivage prismatique dû aux tourbillons cellulaires (amidon, basaltes, etc.).* Note de M. **Henri Bénard**, présentée par M. Deslandres.

En 1908, M. C. Dauzère [1] a obtenu des plaques de cire clivables et se fissurant par retrait suivant les faces verticales des prismes qui limitaient les tourbillons cellulaires de la nappe de cire, avant sa solidification. Il a émis l'idée que la prismation des coulées de basalte s'explique de façon identique. Cette théorie, reprise récemment, au point de vue géologique, et d'une façon indépendante, par M. M. Longchambon [2], me paraît absolument confirmée par une étude systématique des deux types, complètement différents et irréductibles, que peuvent présenter les fissures de retrait.

1° *Fissures (sans clivage antérieur) d'une nappe plane, indéfinie, solide ou pâteuse, isotrope et homogène, non différenciée au préalable par une circulation liquide en régime permanent.* — Si le retrait s'effectue uniformément dans le plan, on observe toujours les mêmes formes et les mêmes lois pour les craquelures, pourvu que leur situation ou leur orientation ne soient déterminées par aucun accident du terrain sous-jacent (pierres dans une flaque de boue, fibres du bois peint, fils d'une toile peinte, etc.). Les peintures murales et les poteries vernissées offrent d'excellents exemples des craquelures de ce type, mais on les rencontre dans les cas les plus variés.

On peut reconstituer après coup l'ordre d'apparition successive des fissures de ce type, car une fissure nouvelle forme toujours à chaque bout un angle à peu près droit avec une fissure antérieure, sans se prolonger en général de l'autre côté; de plus, la largeur des fissures et leur profondeur, en nappe profonde, croissent avec leur ancienneté. De la première remarque résulte que les polygones curvilignes, grossièrement équivalents, que séparent les fissures, sont surtout des quadrilatères et des triangles, à angles de 90°; que les sommets sont presque tous du type (180°-90°-90°); et enfin que c'est parmi les craquelures les plus récentes, donc les plus fines et les plus courtes, qu'on trouve celles qui ont les rayons de courbure les plus faibles.

2° *Fissures de retrait ou de dislocation consécutives à un clivage préexistant, dû à des tourbillons cellulaires.* — C'est le cas des plaques de cire de M. Dauzère, des *pains* d'amidon des amidonniers, probablement aussi des

(1) *Ass. fr. pour l'Av. des Sc.*, Clermont.

(2) *Soc. géol. de France*, déc. 1912.

terrains polygonaux arctiques, expliqués par M. Ch.-Ed. Guillaume ([1]), et enfin des basaltes prismés. Pour ces derniers, d'ailleurs, il n'y a pas la moindre fissure de retrait entre les colonnes *en place*, quand aucun effondrement ultérieur ne les a disloquées. Le clivage est, dans tous ces cas, le fait fondamental.

Une section horizontale montre un réseau polygonal *identique* rigoureusement à celui que j'ai décrit, en 1900 ([2]), pour les tourbillons cellulaires semi-réguliers, en régime permanent. Le type parfait, composé uniquement d'hexagones réguliers, est rare, mais existe pourtant sur des plages notables, dans le cas des très belles colonnades de basalte. La fréquence des hexagones, en tout cas, croît avec la régularité; à régularité comparable, la fréquence relative des autres polygones à 7, 5, 4 côtés, est la même pour les basaltes et pour les tourbillons cellulaires du spermaceti, par exemple. Les sommets, ternaires, ou plus rarement quaternaires, sont du type à peu près symétrique (120°-120°-120°) ou (90°-90°-90°-90°), et les côtés des polygones, rectilignes. J'ai pu vérifier cette identité de formes en photographiant, entre autres, les très belles coupes transversales de la coulée des Estreys (Haute-Loire), produites par les carriers, grâce à la schistosité horizontale.

Quant aux prismes d'amidon, souvent déviés de la verticale, tordus, présentant des renflements et des étranglements irréguliers qui leur donnent une section très variable et un profil ondulé, ils offrent des formes identiques à celles qu'on retrouve souvent dans des portions importantes de coulées basaltiques prismées (Saint-Flour, Saint-Vidal, les Estreys, etc.). Leur section de rupture, comme celle des prismes monolithes de basalte, donne souvent la même forme conchoïdale bien connue. Dans les deux cas, aiguilles d'amidon et colonnes de basalte, le rapport de la hauteur à la largeur est considérable.

Or les aiguilles d'amidon me paraissent, d'après la technique de la fabrication, évidemment d'origine convective. Le dépôt boueux se forme au fond d'une nappe d'eau peu épaisse, en repos ou bien s'écoulant lentement sur des cuves très longues et très peu inclinées; il s'effectue précisément dans les conditions où l'eau, du fait seul de l'évaporation superficielle, est le siège de courants de convection très lents, à peu près stationnaires, à structure en colonnes, comme ceux décrits, en 1885, par James Thomson ([3]) dans l'eau de savon. Après l'enlèvement des pains, l'égouttage et le séchage à 60° ne modifient plus leur structure prismée. On sait que la fissuration, pendant le séchage, commence suivant des lignes brisées en zigzag; c'est exactement ce qui se passe pour les plaques de

---

([1]) *Soc. fr. de Phys.*, 1907.
([2]) *Rev. gén. des Sc.*, déc. 1900.
([3]) *Collected Papers*, 1912 : *On a tesselated structure in some liquids.*

M. Dauzère : les fissures suivent un contour polygonal de clivage. Ce clivage prismatique intéresse d'ailleurs toute la masse, et les morceaux, mis en boîte, sont encore le plus souvent formés de tronçons de plusieurs prismes contigus, sans fissure aucune entre eux, mais faciles à décoller. Le liquide ayant disparu, c'est, dans le cas actuel, la matière pulvérulente en suspension qui reste témoin de l'organisation primitive des courants de convection.

PHOTOCHIMIE. — *Étude quantitative de l'absorption des rayons ultraviolets par l'acétone.* Note de MM. **Jean Bielecki** et **Victor Henri**.

La théorie de l'absorption, établie par Ketteler, Helmholtz, Reiff, Drude, H.-A. Lorentz, Planck, etc., a été comparée avec les données expérimentales seulement dans le spectre visible pour des corps solides et des solutions de matières colorantes, c'est-à-dire de corps très complexes, par Hesse (1880), Pulfrich (1881), Ketteler (1881), A. Pflüger (1895, 1898), Houstoun (1906), Königsberger et Kilchling (1909-1912), Fréedericksz (1911), etc.

Nous avons pensé qu'il y avait intérêt de discuter la formule théorique dans le cas de l'absorption des rayons ultraviolets par des corps de composition moléculaire très simple dont l'absorption puisse être mesurée soit à l'état liquide, soit à l'état gazeux.

En photographiant les spectres de l'étincelle condensée Fe — Cd, à travers des solutions aqueuses et alcooliques d'acétone et à travers l'acétone pure (56°,3-56°,5) sous des épaisseurs variant de 2^{mm} à 750^{mm}, nous avons, par des mesures photométriques des spectrogrammes, déterminé les valeurs des constantes d'absorption moléculaires ε d'après la formule $\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_0\, 10^{-\varepsilon c d}$ (c est la concentration moléculaire, d l'épaisseur en centimètres).

Les nombres du Tableau I représentent les valeurs de ε pour les solutions alcooliques et pour l'acétone pure; cette dernière présente presque la même absorption moléculaire que la solution alcoolique.

On voit que l'acétone possède une seule bande d'absorption dont le maximum est en solution alcoolique à $\lambda_\mu = 2706$.

Pour les rayons de $\lambda < \lambda_\mu$, l'absorption diminue d'une façon régulière jusqu'à 2144, limite de nos mesures. Il n'existe donc pas de relèvement de la courbe d'absorption au delà de 2350, ainsi que l'avaient trouvé, par des méthodes qualitatives, Baly et Stewart (1906) et, dernièrement, Gelbke (*Jahrb. d. Radioaktivität*, t. X, 1913).

Pour les rayons de $\lambda > \lambda_\mu$, l'absorption diminue aussi régulièrement jusqu'à $\lambda = 3706$. Pour faire des mesures d'absorption pour des rayons moins réfringents, il faudrait prendre des épaisseurs d'acétone plus grandes que 750mm. Il n'existe donc pas de deuxième bande d'absorption vers 3650, ainsi que l'a affirmé Gelbke d'après des mesures qualitatives sur l'acétone pure sous une épaisseur de 350mm.

TABLEAU I.

Solution alcoolique d'acétone.						Acétone pure.			
λ.	ε.	λ.	ε.	λ.	ε.	λ.	ε.	λ.	ε.
2144	<0,54	2460	6,4	2944	7,2	3226	0,295	3441	0,0012
2195	<1,08	2488	7,0	2981	5,5	3271	0,127	3452	0,00094
2288	1,4	2520	8,1	3005	4,4	3285	0,098	3470	0,00068
2331	2,16	2549	9,4	3020	4,04	3297	0,071	3475	0,00053
2348	2,7	2581	10,8	3042	3,5	3306	0,039	3565	0,00026
2375	3,2	2648	14,0	3047	3,2	3329	0,020	3570	0,00025
2382	3,5	2706	15,8	3062	2,7	3367	0,010	3648	>0,00015
2390	3,6	2770	14,0	3079	2,16	3383	0,0059	3648	<0,00026
2405	4,2	2845	10,8	3105	1,62	3404	0,0039	3670	0,00015
2418	4,6	2892	9,4	3120	1,4	3408	0,0026	3687	>0,00011
2444	5,5	2918	8,1	3132	1,08	3427	0,0015	3687	<0,00015
								3706	0,00011

La formule de Ketteler-Helmholtz-Reiff-Drude donne, dans le cas où l'absorption serait due à une seule espèce d'électrons de fréquence correspondant à λ_m pour la valeur de l'indice d'extinction (Cauchy) k donné par $\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_0 e^{-\frac{4\pi k d}{\lambda}}$,

$$k = \frac{g g' \lambda^3}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g^2 \lambda^2}.$$

La valeur de la constante d'absorption ε est donc

$$\varepsilon = \frac{a \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + g^2 \lambda^2},$$

où a, g^2 et λ_m sont trois constantes qui définissent complètement l'absorption.

D'après la position du maximum d'absorption et un point pris sur la courbe, nous avons calculé les valeurs des constantes. Nous donnons dans le Tableau II les valeurs de ε calculées d'après la formule précédente pour la solution alcoolique.

Tableau II.

$a = 2,57.10^6$; $g^2 = 1,630.10^5$; $\lambda_m = 2721$.

λ.	ε observé.	ε calculé.	λ.	ε observé.	ε calculé.	λ.	ε observé.	ε calculé.
2288	1,4	2,42	2581	10,8	10,5	2981	5,5	6,25
2331	2,16	2,93	2648	14,0	14,0	3047	3,2	4,71
2382	3,5	3,72	$2706 = \lambda_\mu$	15,8	15,8	3120	1,4	3,57
2405	4,2	4,17	2770	14,0	14,9	3280	0,054	2,16
2488	7,0	6,41	2845	10,8	11,57	»	»	»

Pour la solution aqueuse on a : $a = 1,43.10^6$; $g^2 = 7,8.10^4$; $\lambda_m = 2655$; le maximum d'absorption se trouve pour $\lambda_\mu = 2648$ et ε maximum $= 17,8$.

On voit que la courbe théorique est très voisine de la courbe expérimentale entre 2405 et 2981 ; mais en dehors de cette région la formule théorique donne des valeurs de ε bien plus grandes que les valeurs observées.

A l'aide des constantes précédentes on peut calculer, d'après la formule de Drude $p\frac{e}{m} = \frac{\pi}{9660}\frac{M}{\rho}\frac{g'}{\lambda_m^2}$, la proportion d'électrons p qui interviennent dans l'absorption. En effet, en admettant pour $\frac{e}{m}$ la valeur $1,8.10^7$ et en posant ρ (densité de l'acétone) $= 0,8$, M (poids moléculaire) $= 58$, $\lambda_m^2 = 7,371.10^{-10}$ (cm), on trouve $p = 0,028$.

Par conséquent, environ 1 molécule pour 40 intervient dans l'absorption de l'acétone.

Avant de discuter plus longuement la signification de ces résultats, il est nécessaire d'étudier quantitativement l'absorption dans l'ultraviolet de la vapeur d'acétone.

Conclusions. — 1° *L'acétone en solution et à l'état liquide possède une seule bande dans l'ultraviolet; le maximum est à* 2706 *en solution alcoolique et à* 2648 *en solution aqueuse;*

2° *La courbe d'absorption peut être assez exactement représentée par la formule de Ketteler-Helmholtz-Reiff-Drude, dans une région de* 550 u.Å;

3° *Environ* 1 *molécule sur* 40 *intervient dans cette absorption.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés magnétiques de quelques hydrates solides de cuivre et de chrome.* Note de Mlle **E. Feytis**, présentée par M. Haller.

L'observation des hydrates de sulfate de cuivre a montré que les différentes molécules d'eau qu'ils renferment ne se comportent pas toutes de

même au point de vue magnétique (¹). De nouvelles observations faites sur le chlorure cuivrique ont confirmé cette manière de voir. Le chlorure cuivrique anhydre a un coefficient d'aimantation spécifique notablement inférieur à celui qu'on calcule à partir du coefficient du sel $CuCl^2.2H^2O$ et très voisin de celui qu'on calcule pour le sel $CuCl^2.H^2O$. On a

	$k.10^6$ (observé).	$k.10^6$ (calculé).
$CuCl^2.2H^2O$	+8,35	»
$CuCl^2.H^2O$	»	+ 9,46
$CuCl^2$	+9,31	+10,75 (²)

Le sulfate de cuivre anhydre et le sulfate monohydraté avaient aussi même coefficient d'aimantation. On est conduit à formuler les sels : $SO^4Cu.5H^2O$ et $CuCl^2.2H^2O$,

$$(SO^4Cu.H^2O) + 4H^2O,$$
$$(CuCl^2.H^2O) + H^2O.$$

On sait que le chlorure cuivrique forme avec les chlorures alcalins un grand nombre de combinaisons hydratées ou anhydres. L'observation des coefficients d'aimantation d'un certain nombre de ces corps a donné les résultats suivants :

	$k.10^6$.			$\chi_m.10^6$.
	Observé.	Calculé.	Poids moléculaire.	Coef. d'aimantat. moléculaire.
$CuCl^2.2H^2O$	+8,35	»	170,6	1432
$CuCl^2$	+9,31	+10,75	134,6	1211
$CuCl^2.2NH^4Cl.2H^2O$.	+4,95	»	277,6	1375
$CuCl^2.2NH^4Cl$	+5,23	+ 5,97	241,6	1263
$CuCl^2.2KCl.2H^2O$ ...	+4,30	»	319,6	1375
$CuCl^2.2KCl$	+4,28	+ 4,94	283,6	1218
$CuCl^2.NaCl$	+6,48	»	193	1250
$CuCl^2.KCl$	+6,03	»	201	1261

On voit, dans ce Tableau, que la formule d'additivité ne s'applique dans aucun cas pour l'eau et le sel anhydre.

On voit, de plus, que les coefficients d'aimantation moléculaires des sels anhydres, de couleur brune comme le chlorure de cuivre anhydre, se groupent autour d'une même valeur moyenne, voisine de 1230.10^{-6}, alors que les coefficients correspondants des sels hydratés, verts ou bleus, sont plus élevés et voisins de 1400.10^{-6}.

Il y a là une nouvelle confirmation des observations de Wiedemann, à

(¹) E. Feytis, *Comptes rendus*, 9 octobre 1911.
(²) Les mesures sont rapportées à la température de 17°C.

savoir que les composés de même type ont même coefficient d'aimantation moléculaire. De plus, l'abaissement de la valeur de ce coefficient dans le cas des sels anhydrides est une indication du caractère complexe de ces sels par rapport aux sels hydratés. Il est probable que le départ de l'eau est lié à des modifications dans la constitution de ces sels.

Il a paru intéressant de mesurer de même les coefficients d'aimantation des sels de chrome à l'état solide. On sait, en effet, que les sels chromiques forment un très grand nombre d'hydrates, les uns verts, les autres violets, dans lesquels on attribue à l'eau des rôles variés, eau d'hydratation ou de constitution, suivant les cas. Ces distinctions ne sont pas décelées par le magnétisme. C'est ainsi que les deux chlorures isomères, l'un vert $[CrCl^2(H^2O)^4]Cl + 2H^2O$, l'autre violet $[Cr(H^2O)^6]Cl^3$, ont le même coefficient d'aimantation spécifique, bien qu'il ne soit pas douteux que l'eau y joue des rôles différents. De même, les coefficients d'aimantation des nombreux hydrates violets ou verts du sulfate de chrome se calculent exactement à partir de l'un d'eux en appliquant la formule d'additivité : aucune molécule d'eau ne se singularise. Enfin, on a encore additivité dans le cas de l'alun de chrome et de potassium, bien qu'il se produise un sel nettement complexe, le sulfochromate de potassium, au cours de la déshydratation. Tous ces sels chromiques ont des coefficients d'aimantation moléculaires très voisins, comme on peut le voir dans le Tableau suivant :

	Sel anhydre pour 100.	$k.10^6$. Observé.	$k.10^6$. Calculé.	Poids moléculaire.	$\chi_M.10^6$. Coefficient d'aimantation moléculaire.
$[Cr(H^2O)^6]Cl^3$		+22,20		266,5	5920
$[Cr(Cl^2(H^2O)^4]Cl+2H^2O$		+23,0		266,5	6100
$CrCl^3$		+44,10	+38,98	158,5	6990
Sulfate initial	56,53	+17,2			
$(SO^4)^{\frac{3}{2}}Cr.8H^2O$	57,65				
$7H^2O$	60,87	+18,59	+18,60	322	5999
$5H^2O$	68,53	+21,6	+21,3	286	6190
$4H^2O$	73,13	+23,3	+23,5	268	6220
$3H^2O$	78,4			250	
$2,5H^2O$	81,32			241	
	83,37	+25,7	+25,9		
$2H^2O$	84,50			232	
H^2O	100	+30,3	+31,2	196	5940
$(SO^4)^2CrK.12H^2O$........		+11,83		499	5900
$(SO^4)^2CrK.2H^2O$.........		+17,87	+18,43	319	5700
$(SO^4)^2CrK$...............		+20,84	+21,38	283	5900

Au contraire, le coefficient d'aimantation moléculaire du chlorure anhydre (sel qui possède des propriétés si spéciales) est très différent des précédents.

On voit que les propriétés magnétiques des sels de chrome solides révèlent des différences de constitution d'un certain ordre (cas des chlorures hydratés et du chlorure anhydre), et qu'elles ne sont pas sensibles à certaines différences, comme celles qui existent pourtant entre les chlorures verts et violets. Il se peut que l'égalité des coefficients d'aimantation dans le cas des chlorures $[CrCl^2(H^2O)^4]Cl + 2H^2O$ et $[Cr(H^2O)^6]Cl^3$ soit le résultat de compensations dans les rôles qu'y jouent le chlore et l'eau, la dissimulation de 2^{mol} de chlore s'accompagnant de la libération de 2^{mol} d'eau et réciproquement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation des composés gazeux par la lumière : gaz hydrogénés des familles du chlore et de l'oxygène.* Note de MM. **Daniel Berthelot** et **Henry Gaudechon**, présentée par M. E. Jungfleisch.

De même que la chaleur, la lumière dissocie les composés gazeux, et ces deux modes de décomposition présentent un remarquable parallélisme : les gaz décomposés par une élévation de température modérée (HI, H^2Se, etc.) le sont aussi par des radiations de fréquence moyenne (radiations visibles ou ultraviolet initial); les gaz qui ne sont dissociés qu'à haute température (HCl, H^2O, CO^2, etc.), ne le sont que par les radiations très rapides de l'ultraviolet extrême. En un mot, *la fréquence vibratoire joue le rôle de température photochimique.*

La dissociation par la lumière, ainsi que celle par la chaleur, est en général réversible. Mais, dans un cas comme dans l'autre, la recombinaison peut être contrariée par des *résistances passives* exigeant un *travail préliminaire* plus ou moins grand pour être surmontées.

De plus, aux températures et aux fréquences usuelles, l'équilibre est souvent très prononcé soit dans le sens de la combinaison, soit dans celui de la décomposition, en sorte que la réaction paraît totale. On arrive cependant à montrer qu'elle n'est que partielle par divers artifices, dont le plus simple est de rompre l'équilibre en séparant l'un des produits de la réaction, le plus souvent à l'état solide, par précipitation ou par combinaison avec un autre corps : c'est ainsi que le mercure nous a permis de

manifester facilement les dissociations de gaz sulfurés, bromés ou chlorés; le phosphore celles de gaz oxygénés, etc. (*Comptes rendus*, 20 juin 1910; *Revue générale des Sciences*, 30 avril 1911).

Voici quelques expériences sur les deux premières familles des métalloïdes. Elles montrent que, *dans une même famille, la stabilité des composés hydrogénés vis-à-vis de la lumière (comme vis-à-vis de la chaleur) décroît à mesure que le poids atomique augmente.*

Famille du chlore. — *Acide chlorhydrique.* — Le gaz HCl est un corps stable; sa dissociation par la chaleur ne devient appréciable qu'au-dessus de 1500°.

Dans le domaine de la lumière, cette dissociation exige l'ultraviolet extrême, $\lambda < 0^{\mu},2$, et est arrêtée par les écrans qui interceptent cette partie du spectre. La dose de HCl, dissocié par l'irradiation d'une lampe à mercure en quartz en régime normal, est de un à deux millièmes. Mais en mettant le gaz en présence du mercure, qui fixe au fur et à mesure le chlore formé, on décompose aisément en 1 heure, à 4^{cm} de la lampe, 10 pour 100 et même davantage de HCl. On constate alors qu'une partie du gaz n'est plus absorbable par l'eau; la combustion eudiométrique montre que c'est de l'hydrogène pur.

Réciproquement, le mélange H + Cl est instable et tend à passer à l'état de combinaison; les résistances passives qui s'opposent à cette tendance paraissent faibles aussi bien dans le cas de la chaleur, où elles sont surmontées par des élévations de température modérées, que dans le cas de la lumière, où elles sont surmontées par les radiations du spectre visible: c'est même là l'exemple le plus ancien et le mieux étudié de combinaison par la lumière.

Acide bromhydrique. — Le gaz HBr est assez stable vis-à-vis de la chaleur, bien qu'à un moindre degré que HCl; d'après Hautefeuille, sa dissociation ne devient appréciable qu'au-dessus de 700°. Sa décomposition par la lumière n'a pas encore été étudiée, à notre connaissance. Elle n'a pas lieu dans la lumière visible, mais se produit rapidement devant une lampe à mercure en quartz.

Un échantillon de HBr placé en tube de quartz sur le mercure vers 15° n'a manifesté, en 24 heures, à l'obscurité et à la lumière diffuse, aucune variation de volume; toutefois, un léger dépolissement de la surface du mercure indiquait un commencement d'attaque. Après 8 heures d'expo-

sition à 12^{mm} d'une lampe à mercure (type 220 volts, en régime peu poussé : 3^{amp},5 et 54 volts aux bornes) il y a eu *décomposition totale* en brome combiné au mercure et hydrogène gazeux. Le volume final était la moitié du volume initial. Le gaz final n'était plus absorbable par l'eau (absence de HBr); la combustion eudiométrique a montré que c'était de l'hydrogène pur.

Acide iodhydrique. — La stabilité de ce corps vis-à-vis de la chaleur ou de la lumière est encore moindre que celle de HBr, comme on le sait par les classiques travaux de M. G. Lemoine, qui a reconnu que la décomposition, insensible dans le rouge et le vert, était déjà notable dans le bleu et le violet (*Comptes rendus*, t. 85, p. 144).

Famille de l'oxygène. — *Vapeur d'eau*. — Le mélange $H^2 + O$ (gaz tonnant) est un système instable, qui, d'après les prévisions de la Thermodynamique, devrait passer à l'état de vapeur d'eau. En réalité, il se conserve indéfiniment sans trace de combinaison à la température ordinaire, et il faut élever la température jusque vers 600° pour que la combinaison ait lieu facilement.

C'est donc un système à fortes *résistances passives vis-à-vis de la chaleur*. Nous avons constaté *qu'il en est de même vis-à-vis de la lumière*. La combinaison du gaz tonnant ne commence à se produire qu'avec des radiations voisines de 0$^{\mu}$,2, c'est-à-dire de l'ultraviolet extrême. Elle est d'ailleurs assez lente et, dans certaines expériences d'irradiation modérée (*Ibid*., t. 150, p. 1328), nous n'avions pas constaté de contraction. Mais avec une irradiation plus intensive et prolongée, nous avons obtenu la combinaison totale (*Ibid*., t. 150, p. 1692). Cette combinaison est beaucoup plus facile quand l'hydrogène est à l'état naissant (*Ibid*., t. 150, p. 1328).

Inversement la vapeur d'eau est un système stable, qui n'est dissocié que par les hautes températures, ou par l'ultraviolet extrême. Le taux de dissociation obtenu avec une lampe à mercure est de l'ordre du millième, mais la dissociation est facile à constater en présence du phosphore qui fixe l'oxygène et laisse libre l'hydrogène, ou en présence de l'oxyde de carbone qui, sous l'action de l'ultraviolet extrême, fixe l'hydrogène à l'état d'aldéhyde méthylique et l'oxygène à l'état d'anhydride carbonique (*Ibid*., t. 150, p. 1692; et *Journal de Pharmacie*, 1er juillet 1910).

Hydrogène sulfuré. — L'action de la lumière sur ce corps n'a pas été

étudiée. Le gaz pur et sec se conserve bien à la lumière diffuse, sans dépôt de soufre, même après plusieurs années. Mais il est décomposé facilement par la lampe à mercure (*Ibid.*, t. 150, p. 1690); au bout de quelques minutes, il se forme sur les parois un dépôt de soufre opaque qui arrête peu à peu l'action des rayons. Le gaz irradié contient une portion non absorbable par la solution acidulée de sulfate de cuivre; la combustion eudiométrique montre que c'est de l'hydrogène pur.

Rappelons que l'*hydrogène sélénié* est moins stable que le précédent vis-à-vis de la chaleur et de la lumière : MM. de Forcrand et Fonzes-Diacon ont trouvé, au bout d'une semaine d'exposition en pleine lumière en présence de mercure, 15 pour 100 d'hydrogène; à l'obscurité la décomposition était insensible (*Annales de Chimie*, 7ᵉ série, t. XXVI, p. 247). Enfin l'*hydrogène telluré* est encore plus instable, et se décompose totalement en quelques heures à l'obscurité, et beaucoup plus vite à la lumière d'après MM. Berthelot et Fabre (*Ibid.*, 6ᵉ série, t. XIV, p. 104).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de l'équilibre entre le chlorure de plomb et le chlorhydrate d'ammoniac en solution aqueuse.* Note de Mᵐᵉ **N. Demassieux**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Le chlorure de plomb et le chlorhydrate d'ammoniac sont susceptibles de donner naissance à deux sels doubles, étudiés par Kandall (¹) et Fonzes-Diacon (²) et correspondant aux formules $2PbCl^2.AzH^4Cl$ et $PbCl^2.2AzH^4Cl$.

Je me suis proposé, dans le présent travail, d'étudier à différentes températures l'équilibre entre le chlorure de plomb et le chlorhydrate d'ammoniac en solution aqueuse. Les déterminations que j'ai faites sont relatives aux températures de 17°, 50° et 100°. L'ensemble des résultats obtenus est représenté graphiquement par les courbes ci-après, obtenues en portant en abscisses le chlorhydrate d'ammoniac en grammes dans 100ᵍ de solution, et en ordonnées le chlorure de plomb en grammes dans 100ᵍ de solution.

L'examen de ces courbes montre que, aux températures de 17° et 50°,

---

(¹) *American chemical Journal*, t. XV, 1893, p. 494.
(²) *Bulletin de la Société chimique*, t. XVII, 1897, p. 348.

l'allure générale du phénomène est la même. La première branche de ces courbes correspond au dépôt du chlorure de plomb pur, jusqu'au premier point eutectique E chlorure de plomb-sel double $2PbCl^2.AzH^4Cl$; la deuxième branche au dépôt du sel double $2PbCl^2.AzH^4Cl$ jusqu'au deuxième point eutectique, sel double-chlorhydrate d'ammoniac pur.

A 100°, le phénomène est modifié par le dépôt du deuxième sel double $PbCl^2.2AzH^4Cl$ qui se produit pour des compositions indiquées au

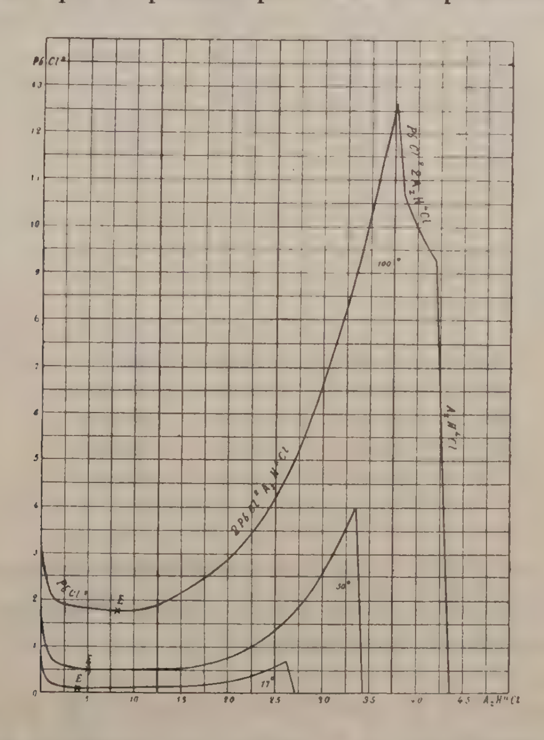


Tableau ci-après, et qui correspond sur la courbe à l'existence d'une nouvelle branche de courbe et d'un nouveau point eutectique.

Ces expériences conduisent à deux résultats nouveaux :

1° Le sel double $2AzH^4Cl.PbCl^2$ ne peut exister en présence de solution aqueuse qu'à des températures élevées, supérieures à 70°;

2° Les deux branches de courbes relatives au chlorure de plomb et au premier sel double, $2PbCl^2.AzH^4Cl$, se coupent au point eutectique sous un angle sensiblement nul et, de plus, la direction générale de la courbe en ce point est horizontale.

Nature de la phase solide.	17°. PbCl² en grammes dans 100g de solution.	17°. AzH⁴Cl en grammes dans 100g de solution.	50°. PbCl² en grammes dans 100g de solution.	50°. AzH⁴Cl en grammes dans 100g de solution.	100°. PbCl² en grammes dans 100g de solution.	100°. AzH⁴Cl en grammes dans 100g de solution.
	g	g	g	g	g	g
$PbCl^2$	0,89	0	1,69	0	3,10	0
	0,21	0,96	1,08	0,51	2,02	1,32
	0,16	1,43	0,67	1,45	1,85	5,33
	0,14	2,40	0,58	2,45	1,80	6,01
Point eutectique.	0,076	3,48	0,48	4,86	1,76	8,59
$2PbCl^2, AzH^4Cl$	0,078	4,23	0,49	12,45	1,98	13,19
	0,078	4,93	0,71	19,42	4,54	26,08
	0,098	12,36	1,76	27,16	8,32	32,64
	0,34	22,33	3,31	31,90	11,40	36,29
Point eutectique.	»	»	»	»	12,67	37,62
$PbCl^2, 2AzH^4Cl$	»	»	»	»	12,50	38,14
	»	»	»	»	11,60	38,32
	»	»	»	»	10,70	38,66
	»	»	»	»	9,88	40,22
Point eutectique.	0,64	26,49	3,96	33,56	9,26	41,90
AzH^4Cl	0,52	26,68	2,65	33,62	4,21	42,91
	0,33	26,91	1,62	33,88	3,06	43,20
	0,30	27,03	0,32	34,14	1,61	43,42
	0	27,14	0	34,25	0	43,51

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de volumétrie physico-chimique.* Note de M. **René Dubrisay**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Dans un travail relatif à l'émulsion des huiles (¹), M. Donnan a reconnu que la tension superficielle à la surface de séparation de l'eau et d'un carbure dérivé du pétrole est réduite dans des proportions énormes par une trace d'alcali dissoute dans l'eau, lorsque le carbure contient en solution un acide gras (stéarique, oléique, etc.).

J'ai pensé qu'il serait possible d'établir sur ces faits une méthode acidimétrique. Pour cela, j'ai conservé le dispositif expérimental qui avait servi à M. Donnan et qu'ont repris depuis M. Antonow (²) et M. Lewis (³) dans

(¹) Donnan, *Zeit. f. phys. Chem.*, t. XXXI, 1899, p. 42

(²) Antonow, *J. Chim. phys.*, t. V, 1907, p. 372.

(³) Lewis, *Phil. Mag.*, t. XV, 1908, p. 499.

des mesures analogues. Ce dispositif fondé sur l'application de la loi de Taft consiste à plonger dans l'eau une pipette courbe remplie du liquide étudié, et à compter le nombre de gouttes correspondant à l'écoulement lent du volume de ce liquide contenu entre deux traits de jauge tracés sur la pipette.

J'ai fait, dans mes expériences, usage d'huile de vaseline, préalablement purifiée et saturée d'acide stéarique.

J'ai consigné dans les Tableaux suivants les résultats d'un certain nombre

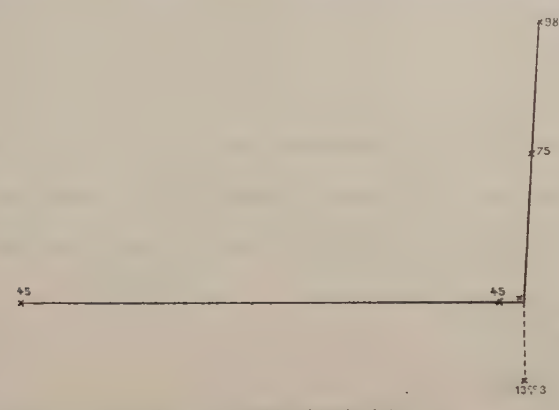


Fig. 1. — Acide chlorhydrique.
En abscisses : nombre de centimètres cubes de soude. — En ordonnées : nombre de gouttes.

de mesures. J'ai tout d'abord (Tableau I) étudié les variations du nombre de gouttes lorsqu'on verse dans de l'eau distillée des quantités progressivement croissantes de soude. Dans les expériences suivantes, j'ai opéré de la même manière en versant la soude, non plus dans de l'eau distillée, mais dans des solutions de divers acides.

Tableau I (*Système eau-soude*).

Concentration en soude. mol.-gr. par litre	Nombre de gouttes.
0	48
$\frac{5}{8 \times 10^3}$	95
$\frac{1}{8 \times 10^2}$	117
$\frac{1}{4 \times 10^2}$	156

TABLEAU II.

Acide azotique. — Solution exigeant pour sa neutralisation 12^{cm^3} de soude $\frac{n}{20}$ pour 20^{cm^3} de solution acide en présence de phénolphtaléine :

Nombres de centimètres cubes de soude $\frac{n}{20}$ ajoutés à 20^{cm^3} d'acide.	Nombre de gouttes.
0	48
11,8	50
12,6	121
13,4	205

TABLEAU III (*fig.* 1).

Acide chlorhydrique. — Solution exigeant pour sa neutralisation $18^{cm^3},8$ de soude $\frac{n}{20}$ pour 20^{cm^3} de solution acide en présence de phénolphtaléine :

Nombe de centimètres cubes de soude $\frac{n}{20}$ ajoutés à 20^{cm^3} d'acide.	Nombre de gouttes.
0	45
17,9	45
18,6	46
18,7	45,5
19,1	75
19,7	98

TABLEAU IV.

Acide sulfurique. — Solution exigeant pour sa neutralisation $10^{cm^3},7$ de soude $\frac{n}{20}$ pour 50^{cm^3} d'acide :

Nombre de centimètres cubes de soude $\frac{n}{20}$ ajoutés à 50^{cm^3} d'acide.	Nombre de gouttes.
8,3	47
10,4	46
11,2	50
11,6	53
12,5	98

TABLEAU V.

Acide borique. — Solution acide exigeant pour sa neutralisation 19^{cm^3} de soude $\frac{n}{20}$ pour 50^{cm^3} de solution acide en présence de phénolphtaléine et de glycérine :

Nombre de centimètres cubes de soude $\frac{n}{20}$ ajoutés à 50^{cm^3} de solution acide.	Nombre de gouttes.
0	45
7,8	67,5
15,2	86,5
19,5	119
20,8	125

TABLEAU VI (*fig.* 2).

Acide phosphorique. — Solution exigeant pour sa neutralisation $23^{cm^3},5$ de

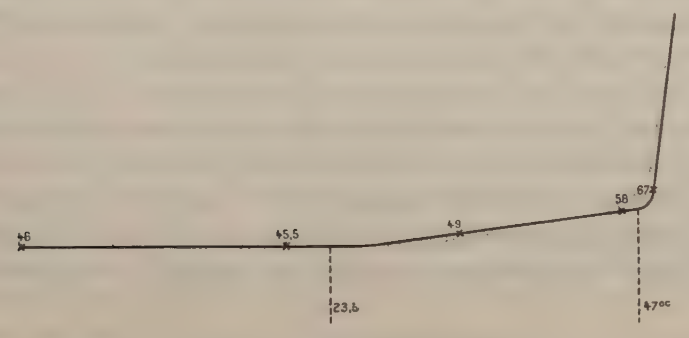


Fig. 2. — Acide phosphorique.

soude $\frac{n}{20}$ pour 20^{cm^3} de solution acide en présence de méthyle-orange :

Nombre de centimètres cubes de soude $\frac{n}{20}$ ajoutés à 20^{cm^3} d'acide.	Nombre de gouttes.
0	46
20,3	45,5
33,2	49
46	58
48,2	67
50,6	136

Ces chiffres et les figures correspondantes montrent que la méthode permet de déterminer avec précision la neutralisation d'un acide fort, les courbes présentant un angle très net au point de neutralité. Pour l'acide borique, l'hydrolyse du sel alcalin se manifeste nettement. L'acide phos-

phorique se comporte d'abord comme un acide fort : l'hydrolyse commence à se manifester pour le sel disodique, et est beaucoup plus accentuée pour le sel neutre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses dans le groupe des indigoïdes.* Note [1] de MM. A. **Wahl** et P. **Bagard**, présentée par M. A. Haller.

L'isoindigotine, ce nouvel isomère de l'indigo que nous avons obtenu, en condensant l'oxindol avec l'isatine [2], peut être considéré comme le premier terme d'une nouvelle série de dérivés indigoïdes, répondant à la formule générale

$$R - C^6H^3 \begin{matrix} \diagup C \\ \diagdown X \diagup \end{matrix} CO \;\; CO \begin{matrix} \diagup C \diagdown \\ \diagdown Y \diagup \end{matrix} C^6H^3R' \quad (C = C).$$

Dans cette formule, X et Y, qui peuvent être identiques ou différents, représentent des atomes ou des groupements atomiques divalents tels que NH, NR, CO, O, S, et R, R' des substituants quelconques.

Désirant préparer un composé de ce type dans lequel X représenterait le groupement NH, et Y un atome de soufre, nous avons remplacé, dans la réaction qui donne naissance à l'isoindigotine, l'isatine par son analogue sulfuré, le dicéto-2.3-dihydrothionaphtène (thioisatine) et avons obtenu un indigoïde, parfaitement cristallisé, que nous avons considéré provisoirement [3] comme un isoindigo, résultant, par analogie, de la condensation suivante :

$$C^6H^4 \begin{matrix} CH^2 \\ \diagdown NH \diagup \end{matrix} CO + CO \begin{matrix} \diagup CO \\ \diagdown S \diagup \end{matrix} C^6H^4 = H^2O + C^6H^4 \begin{matrix} \diagup C \\ \diagdown NH \diagup \end{matrix} CO \;\; CO \begin{matrix} \diagup C \diagdown \\ \diagdown S \diagup \end{matrix} C^6H^4 \quad (C = C).$$

Or, pendant que nous nous occupions de ces recherches, nous avons eu connaissance d'un brevet allemand de la maison Kalle [4], d'après lequel il résulte que la condensation précédente fournit de l'écarlate de thioindigo, ce qui oblige à représenter la réaction d'une manière différente :

$$C^6H^4 \begin{matrix} \diagup CH^2 \diagdown \\ \diagdown NH \diagup \end{matrix} CO + CO \begin{matrix} \diagup CO \diagdown \\ \diagdown S \diagup \end{matrix} C^6H^4 = H^2O + C^6H^4 \begin{matrix} \diagup C \\ \diagdown NH \diagup \end{matrix} CO \;\; C \begin{matrix} \diagup CO \diagdown \\ \diagdown S \diagup \end{matrix} C^6H^4 \quad (C = C).$$

L'étude comparative, à laquelle nous nous sommes livrés sur ce produit et sur l'écarlate de thioindigo préparé en condensant l'isatine avec l'oxy-

---

(1) Présentée dans la séance du 10 mars 1913.

(2) Wahl et Bagard, *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 714.

(3) Wahl et Bagard, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. XI, 1912, p. 713.

(4) D. R. P., 241327.

thionaphtène d'après M. Friedländer ([1]), a permis de conclure à leur identité. En effet, ils cristallisent dans le benzoate d'éthyle en belles aiguilles rouges à reflets jaunâtres, de composition centésimale identique, donnant avec les réducteurs alcalins une cuve jaune teignant le coton en nuance rouge écarlate sensiblement identique. Traités par l'éthylate de sodium, ils donnent le sel de Na de l'oxindol-aldéhyde-3; l'aldéhyde elle-même cristallise en petites aiguilles arborescentes (F. 213°); ses solutions aqueuses se colorent en bleu par $FeCl^3$, caractères qui répondent bien à ceux indiqués par Friedländer et Kielbasinski ([2]).

Enfin M. le Professeur Grandmougin a eu l'obligeance d'examiner les deux colorants au point de vue spectroscopique; ils donnent un spectre de même caractère et situé dans la même région; les solutions dans le xylène présentent une large bande allant d'environ $553^{\mu\mu}$ à $479^{\mu\mu}$, avec un maximum peu apparent vers $497^{\mu\mu}$.

De cette identité on peut conclure que l'isatine et la thioisatine se comportent vis-à-vis de l'oxindol, et dans les mêmes conditions, d'une manière différente.

On peut se demander s'il ne faut pas en attribuer la raison à la différence de structure que peuvent présenter ces deux composés. L'isatine, en effet, est susceptible de réagir sous deux formes : l'isatine et la pseudo-isatine; la thioisatine, au contraire, ne possédant pas d'atome d'hydrogène mobile ne peut s'isomériser. Mais, si l'orientation de la réaction était subordonnée à la présence de cet atome d'hydrogène, on devrait s'attendre à voir les isatines substituées à l'azote, réagir comme la thioisatine.

Or la condensation de l'oxindol avec la méthyl-1-isatine fournit un colorant cristallisé en aiguilles brunes, dont la composition correspond à la formule $C^{17}H^{12}O^2N^2$. Il se dissout dans les solvants organiques avec une coloration orangé brun, ne donne pas de cuve avec les réducteurs alcalins, mais fournit une solution incolore d'où la matière colorante n'est pas régénérée par un courant d'air, et qui ne teint pas les fibres textiles. Ces caractères sont ceux d'une *méthyl-1-isoindigotine* formée d'après la réaction

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH^2\\NH\end{matrix}\right\rangle CO + CO\left\langle\begin{matrix}CO\\N\\|\\CH^3\end{matrix}\right\rangle C^6H^4 = C^6H^4\left\langle\begin{matrix}C\\NH\end{matrix}\right\rangle CO\;\;CO\left\langle\begin{matrix}C\\N\\|\\CH^3\end{matrix}\right\rangle C^6H^4 + H^2O.$$
(les deux atomes C supérieurs étant reliés par une double liaison C=C)

([1]) Friedlander et Bezdzik, *Monatshefte*, t. XXIX, p. 376.

([2]) Friedlander et Kielbasinski, *D. chem. G.*, t. XLIV, p. 3101.

La méthyl-1-isatine réagit donc comme l'isatine. Si elle s'était comportée comme la thioisatine, on aurait dû obtenir la méthyl-1-indirubine (I). Celle-ci

```
       C ═══════════   CO                        CO       C ══                   C
     ╱      ╲        ╱    ╲                     ╱   ╲   ╱     ╲                ╱   ╲
C6H4          CO  C         C6H4          C6H4        C         CO   CO           C6H4
     ╲      ╱        ╲    ╱                     ╲   ╱                    ╲   ╱
      NH               N                          NH                        N
                       |                                                    |
                      CH3                                                  CH3
              (I).                                          (II).
```

n'est pas connue et est d'un accès difficile; son isomère (II), dont les propriétés sont certainement très voisines, n'est pas connu davantage; mais s'obtient facilement en condensant d'après la méthode de Bæyer, l'acide indoxylique avec la méthyl-1 isatine. La *méthyl-1-indirubine* cristallise en aiguilles brunes, mordorées, plus soluble que l'indirubine dans les solvants organiques, mais avec une nuance rouge violacé peu différente; l'hydrosulfite donne une cuve jaune d'où le colorant est régénéré par oxydation à l'air.

On pourrait objecter que, même dans le cas de la méthylisatine, la possibilité d'une isomérisation n'est pas entièrement exclue et que le groupe méthyle a pu émigrer de l'azote sur l'oxygène. Bien que cette transformation soit peu probable, il devenait néanmoins nécessaire d'étudier les réactions de l'*O*-méthylisatine ([1]).

La condensation de l'*O*-méthylisatine avec l'oxindol, en solution acétique additionnée d'HCl aqueux, fournit de l'isoindigotine; le groupe OCH^3 est saponifié dans ces conditions et l'isatine réagit avec l'oxindol pour donner de l'isoindigo. Au contraire, si l'on opère en milieu anhydre, on obtient de l'*indirubine* avec une étonnante facilité et avec un rendement quasi quantitatif.

On dissout quantités moléculaires d'*O*-méthylisatine (F. 102°) et d'oxindol dans un mélange à parties égales de benzène anhydre et d'anhydride acétique et l'on ajoute, avec un bout d'agitateur effilé, *une goutte* d'acide sulfurique concentré. Instantanément, la couleur jaune de la solution devient rouge, puis violette, et, au bout de quelques secondes, le colorant se dépose, cristallise, le liquide s'échauffe, il est même bon de refroidir, et après 15 à 20 minutes la réaction est terminée. La composition centésimale du produit ainsi obtenu correspond à la formule $C^{16}H^{10}O^2N^2$; il est peu soluble dans les solvants organiques, avec une coloration rouge vio-

([1]) Baeyer et Oekonomides, *D. chem. G.*, t. XV, p. 2093. — Heller, *D. chem. G.*, t. XL, 1907, p. 1291.

lacé, dans H^2SO^4 avec coloration brune, il donne une cuve avec l'hydrosulfite de sodium, la réduction par le zinc et par l'anhydride acétique fournit un composé cristallisé en aiguilles rosées (F. 204°-205°), identique avec celui que donne l'indirubine [1].

La condensation de l'oxindol avec l'*O*-méthylisatine constitue par conséquent une nouvelle synthèse de l'indirubine :

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CO\\N\end{matrix}\right\rangle COCH^3 + CO\left\langle\begin{matrix}CH^2\\NH\end{matrix}\right\rangle C^6H^4$$

$$= CH^4O + C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CO\\NH\end{matrix}\right\rangle C = C\left\langle\begin{matrix}CO\\NH\end{matrix}\right\rangle C^6H^4.$$

Cette nouvelle synthèse présente sur celle que nous avons donnée autrefois, l'avantage de s'accomplir à froid, en l'absence de composés chlorés du phosphore, d'être instantanée et de fournir un rendement quantitatif (87-90 pour 100 de la théorie), ce qui lui confère une importance particulière pour l'établissement de la constitution de l'indirubine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide chlorhydrique sur la quinone sulfonique*. Note de M. A. SEYEWETZ, présentée par M. A. Haller.

J'ai constaté que la quinone sulfonique peut, dans certaines conditions, fixer les éléments de l'acide chlorhydrique en donnant une hydroquinone chlorosulfonique, mais cette réaction n'a lieu qu'à une température inférieure à 20°. Au-dessus de cette température, le groupement sulfonique est éliminé et remplacé soit par de l'hydrogène, soit par du chlore.

1° *Action de l'acide chlorhydrique au-dessous de* 20°. — La quinone sulfonique (sel de sodium) traitée par l'acide chlorhydrique concentré, à une température inférieure à 20°, se dissout d'abord en donnant une solution brune, puis il se précipite une petite quantité de chlorure de sodium. Au bout de quelque temps, le liquide se prend en une bouillie de cristaux jaune rougeâtre.

Après 12 heures, la masse cristalline qui s'est ainsi formée, est essorée puis purifiée par recristallisation dans l'eau bouillante.

On obtient de petites aiguilles blanches feutrées qui, soumises à l'analyse, donnent les résultats suivants :

---

(1) SCHUNK et MARSCHLEWSKI, *D. chem. G.*, t. XXVIII, 1895, p. 2525.

Composition centésimale.	Trouvée.	Calculée pour $C^6H^2Cl\begin{smallmatrix}(OH)^2\\ SO^3Na\end{smallmatrix}$.
Carbone	29,32	29,2
Hydrogène	1,64	1,62
Soufre	12,83	12,98
Chlore	14,36	14,4
Sodium	9,25	9,33

Propriétés. — Aiguilles blanches feutrées, assez solubles dans l'eau froide, plus solubles dans l'eau bouillante, insolubles dans les dissolvants organiques. La solution aqueuse réduit instantanément le nitrate d'argent; en présence des alcalis elle constitue, comme l'hydroquinone, un développateur de l'image latente photographique. Les solutions additionnées d'alcalis sont beaucoup moins oxydables à l'air que les solutions alcalines d'hydroquinone. Par oxydation, elle se transforme en quinone chlorosulfonique.

La composition de la substance et ses propriétés permettent de la considérer comme le sel de sodium de l'hydroquinone chlorosulfonique. Sa formation peut être représentée par l'équation suivante :

$$C^6H^3\begin{cases}O(1)\\ O(4)\\ SO^3Na\end{cases} + 2HCl = C^6H^2Cl\begin{cases}OH(1)\\ OH(4)\\ SO^3H\end{cases} + NaCl = C^6H^2Cl\begin{cases}OH(1)\\ OH(4)\\ SO^3Na\end{cases} + HCl.$$

2° *Action de l'acide chlorhydrique au-dessus de* 20°. — A une température supérieure à 20°, l'acide chlorhydrique élimine le groupement sulfonique et donne naissance à deux produits, l'*hydroquinone monochlorée* et une *hydroquinone dichlorée* (2.6), qui ont été identifiés par leur composition centésimale et par leurs propriétés.

Vers 35°-40° la désulfonation est déjà très nette, et à mesure que la température s'élève, il se sublime de petites aiguilles blanches brillantes avec dégagement de gaz sulfureux.

La désulfonation est plus rapide quand on porte la solution chlorhydrique vers l'ébullition. Il faut opérer dans une atmosphère d'acide carbonique pour éviter l'oxydation de la solution.

Par refroidissement, le liquide se prend en une masse cristalline qu'on essore, sèche et fait cristalliser dans le toluène bouillant.

Le produit brut ainsi obtenu abandonne par chauffage vers 130° à 140° des vapeurs qui se subliment facilement en paillettes blanches, fondant à 165°, qui ont été identifiées avec une dichlorohydroquinone

$$C^6H^2\begin{cases}OH(1)\\ Cl(2)\\ OH(4)\\ Cl(6)\end{cases}$$

Le résidu de la sublimation permet d'extraire, par cristallisation dans le

toluène, un produit en petites aiguilles blanches non sublimables, fondant à 104°, qui a été identifié avec la *monochlohydroquinone*.

Produit sublimable.

	Composition centésimale.	
	Trouvé.	Calculé pour $C^6H^2\langle^{(OH)^2}_{Cl^2}$.
C.....	40,191	40,22
H.....	2,227	2,23
Cl....	39,29	39,66

Produit non sublimable.

	Composition centésimale.	
	Trouvé.	Calculé pour $C^6H^3\langle^{(OH)^2}_{Cl}$.
C.....	49,71	49,82
H.....	3,41	3,46
Cl....	24,35	24,57

On peut représenter la réaction par les équations suivantes :

$$C^6H^3\begin{cases}=O\\=O\\-SO^3Na\end{cases} + HCl + H^2O = C^6H^3Cl\begin{cases}OH(1)\\OH(4)\end{cases} + SO^4NaH,$$

$$C^6H^3\begin{cases}=O\\=O\\-SO^3Na\end{cases} + 2HCl = C^6H^2\begin{cases}OH(1)\\Cl(2)\\OH(4)\\Cl(6)\end{cases} + SO^3NaH.$$

En résumé, l'acide chlorhydrique transforme la quinone sulfonique en hydroquinone sulfonique chlorée quand on opère à une température inférieure à 20°. Au-dessus de cette température, ou bien l'acide chlorhydrique élimine le groupement sulfonique et donne de la *monochlorhydroquinone*, ou bien remplace ce groupement par du chlore et donne une *dichlorhydroquinone*.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *De l'influence de la radioactivité sur la germination*. Note de MM. **G. Petit** et **R. Ancelin**, transmise par M. A. Chauveau.

Dans une Note présentée le 25 novembre dernier à l'Académie des Sciences, M. J. Stoklasa faisait connaître les résultats expérimentaux fournis par les eaux naturelles, fortement radioactives, de Joachimstahl, sur la germination et le développement de certaines plantes.

Nous poursuivons, d'assez longue date, des recherches comparables à celles de M. Stoklasa, avec cette différence que nous employons de l'eau ordinaire chargée d'émanation, au degré voulu, par son séjour dans une fontaine en *ciment radifère*.

Ce produit, combiné par M. Henri Farjas, ingénieur civil, résulte de l'incorporation à du ciment de *concentrés* de radium, provenant de minerais plus ou moins riches. Utilisé comme enduit de réservoirs, fontaines, chambres ou locaux variés, il permet d'obtenir à volonté de l'eau ou de l'air d'une radioactivité rigoureusement déterminée.

C'est ainsi, pour ce qui nous intéresse immédiatement, que l'eau remplissant en totalité une fontaine de 16 litres, en ciment radifère, acquiert, d'après les analyses de MM. Bader et Faivre, au Laboratoire biologique du Radium :

Après	12	heures,	une radioactivité de	0,02	mg-min	par litre
»	24	»	»	0,058	»	»
»	36	»	»	0,081	»	»
»	48	»	»	0,098	»	»

Nous nous proposons de réaliser successivement, tant avec l'eau qu'avec l'air radioactifs, obtenus dans ces conditions, toute une série de recherches biologiques relatives, non seulement aux plantes, mais aussi aux animaux et à l'homme lui-même.

Les premiers résultats que nous publions aujourd'hui ne portent que sur la germination, mais ils nous paraissent dignes d'être cités, car ils suffisent à mettre en évidence l'action remarquablement stimulante des faibles radioactivités sur la cellule végétale.

Nos graines, divisées en deux lots et soumises à la germination dans des conditions identiques de température et d'éclairage, sont disposées entre deux feuilles de papier buvard épais, humecté tous les deux jours, soit avec de l'eau ordinaire (lot témoin), soit avec la *même quantité* de cette eau ayant séjourné 48 heures dans la fontaine de ciment et acquis, de ce fait, la radioactivité précédemment indiquée.

1° *Ray-grass.* — Nos premiers essais ont porté sur des graines de Ray-grass. Pendant les six premiers jours, aucune différence appréciable entre les deux lots; l'influence de la radioactivité ne commence à se manifester qu'à partir du huitième jour. Au treizième jour, la différence est nettement sensible. Ainsi, le nombre des graines germées est plus important dans le lot soumis à l'action de l'eau radioactive; d'autre part, la longueur des radicelles et même des tigelles atteint quelques centimètres, tandis qu'elle ne mesure que quelques millimètres dans le lot témoin.

2° *Blé.* — Le 20 janvier, deux lots de 30 grains sont mis en expérience dans les conditions indiquées.

Du 24 janvier, début de la germination, au 30 janvier, aucune différence entre les deux lots. Le 30 janvier, le lot traité commence à se distinguer du lot témoin.

Le 3 février, treize jours après le début de l'expérience, la longueur moyenne de la *tigelle* est la suivante :

1° Avec l'eau radioactive .... 52^{mm}
2° Avec l'eau ordinaire .... 46^{mm}

Soit 6 millimètres en faveur des grains soumis à l'influence de la radioactivité (¹).

3° *Maïs*. — Le 21 janvier, même double semis que précédemment; chacun des deux lots comprend 28 grains.

Jusqu'au 1er février, aucune différence entre les deux lots. Le 4 février, le lot traité est déjà plus avancé, et, le 6 février, c'est-à-dire quinze jours après le début de l'expérience, la longueur moyenne des *radicelles* est la suivante :

1° Avec l'eau radioactive .... 49^{mm}
2° Avec l'eau ordinaire .... 38^{mm}

Soit une différence de 11 millimètres en faveur des grains soumis à l'influence de la radioactivité.

D'autre part, alors que le lot témoin ne laisse apparaître que deux ou trois *tigelles*, qui sortent à peine, on en compte exactement huit, bien développées et déjà vigoureuses, dans le lot traité.

On remarquera que l'influence de la radioactivité ne commence à se manifester bien nettement qu'après une douzaine de jours en moyenne. Mais elle est, naturellement, contemporaine du début de l'expérience. Il nous reste à soumettre, pour le démontrer, les graines de nos divers lots à une étude histologique méthodique et comparative, susceptible de préciser, dès le début, *la réaction proliférative des cellules végétales*, sous l'influence de la radioactivité.

Les faits qui précèdent sont de nature à faciliter l'interprétation des nombreux et importants résultats expérimentalement obtenus depuis quelques années, tant en France qu'à l'étranger, par l'emploi, en agriculture et en horticulture, de substances radioactives comme engrais. Provenant de minerais de radium ayant une composition très complexe, on pouvait supposer qu'elles agissent, dans le sol, tout autrement que par leur radioactivtié : à la manière, par exemple, des engrais *catalytiques*.

Il était donc indispensable d'établir, à l'abri de toute cause d'erreur, l'action favorisante certaine, sur la végétation, d'une radioactivité *stricte*, exactement calculée.

(¹) Nous n'avons pas mesuré exactement les *radicelles*, manifestement plus longues dans le lot radioactif, à cause de leur finesse, de leur fragilité, de leur enchevêtrement, partant, des difficultés de l'opération.

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur les effets comparés de l'arsenic et du plomb dans les traitements appliqués contre les larves de Cochylis.* Note de MM. **L. Moreau** et **E. Vinet**, présentée par M. Schlœsing fils.

Nous avons signalé à plusieurs reprises [1], et d'autres auteurs ont fait après nous la même remarque, que, dans les parcelles de vignes traitées avec succès à l'arséniate de plomb, les larves de Cochylis qui avaient échappé à l'empoisonnement immédiat, étaient petites, chétives, jaunâtres, et avaient commis très peu de dégâts. Dans des parcelles voisines, traitées cependant avec succès à d'autres insecticides (à la nicotine, par exemple), les larves qui avaient survécu étaient, à la même époque, normales, bien développées et aussi vigoureuses que celles des témoins.

Nous avons voulu nous rendre compte, par des pesées de larves, de la valeur de cette observation et nous nous sommes demandé si cet effet spécial, constaté sur les larves, quand on emploie l'arséniate de plomb (quelle que soit la façon dont le poison agisse), était dû principalement à l'arsenic ou bien au plomb.

Deux années de suite, 1911 et 1912, dans des conditions variées de lieux et de cépages, nous avons fait traiter, le même jour, par le même ouvrier, en notre présence (le premier traitement a été fait au moment de l'éclosion des premières larves et le second 8 à 10 jours plus tard), un certain nombre de souches à l'*arséniate de zinc*, à l'*arséniate de chaux*, à l'*acétate de plomb* et au *carbonate de plomb*. Des souches voisines des précédentes furent traitées à l'*arséniate de plomb* et d'autres furent laissées comme témoins. Les doses d'arsenic employées, pour chaque bouillie arsénicale, correspondaient à 300^g d'orthoarséniate disodique, par hectolitre, en 1911, et à 200^g du même sel en 1912. Les doses de plomb correspondaient à 900^g d'acétate neutre de plomb, par hectolitre, en 1911, et à 600^g en 1912. Nous avons, trois semaines environ après l'application du premier traitement récolté, sur une dizaine de souches au moins dans chaque parcelle, *toutes les larves*, c'est-à-dire une centaine dans chaque cas, en moyenne; nous les avons introduites de suite dans de petits tubes tarés, fermés hermétiquement, que nous avons pesés, à la balance de précision, le jour même ou le lendemain. Le Tableau suivant donne le résultat de ces pensées.

---

(1) Maisonneuve, Moreau et Vinet, *La lutte contre la Cochylis* (*Revue de Viticulture*, t. XXXV, 1911, p. 39).

POIDS MOYEN DE 100 LARVES.

Témoins (moyenne de 2 ou 3).	Arséniate de plomb. 1 trait^t.	Arséniate de plomb. 2 trait^ts.	Arséniate de chaux. 1 trait^t.	Arséniate de chaux. 2 trait^ts.	Arséniate de zinc. 1 trait^t.	Acétate de plomb. 1 trait^t.	Carbonate de plomb. 1 trait^t.	Carbonate de plomb. 2 trait^ts.
ANNÉE 1911. — *Vigne de Beil-Beille, près Angers.*								
a. Dans du gamay (prélèvement le 14 juin).								
0^g,662	»	0^g,235	0^g,280	0^g,158	»	»	»	0^g,717
b. Dans du chenin blanc (prélèvement le 21 juin).								
0,804	0^g,243	larves filiformes, trop peu, pas pesées	»	0^g,154	»	»	»	0,437
ANNÉE 1912. — *Vigne de Maligné* (chenin blanc); prélèvement le 19 juin.								
0,873	0^g,443	»	0^g,562	»	0^g,524	0^g,917	0^g,984	»

Ces chiffres conduisent aux remarques suivantes : 1° Les pesées de larves confirment bien ce fait, observé antérieurement, que les Cochylis sont nettement moins développées dans les parcelles traitées à l'arséniate de plomb que dans les témoins. Il y a des variations d'une année à l'autre ; en 1912, les traitements ont été moins efficaces qu'en 1911, ce que nous savons, d'autre part, par les chiffres de mortalité ; cette différence est due aux difficultés d'application des insecticides en 1912 (végétation touffue, grappes très nombreuses, très développées, enfouies sous les feuilles, lors des traitements). 2° Les poids de larves les plus faibles sont constamment obtenus dans les parcelles traitées aux produits à base d'arsenic et au contraire, dans celles qui ont reçu les bouillies à base de plomb seulement, le poids de 100 larves est du même ordre que dans les témoins, sauf dans un cas, où il demeure cependant plus élevé que dans les parties traitées aux arséniates. *L'effet constaté sur les larves est donc essentiellement dû à l'arsenic.*

En dehors de l'expérience rapportée plus haut, nous avons remarqué un effet du même genre avec l'arséniate de cuivre ; par contre, cet effet était peu appréciable avec l'arséniate de fer, dont l'action insecticide immédiate était très faible.

Ces observations nous montrent que, pour apprécier à sa juste valeur l'efficacité des traitements arsénicaux en général, il ne suffit pas de faire seulement des numérations de larves, il faut tenir compte encore de celles qui ont survécu à l'action du poison et qui, à l'époque habituelle où les Cochylis se chrysalident, sont loin d'avoir achevé leur évolution. Rien ne

prouve que cette évolution sera complète et, en admettant qu'elle le soit, les papillons issus de ces larves n'auront-ils pas une fécondité atténuée? En tout cas, la seconde génération, très en retard, causera moins de dégâts.

Il ne se déduit pas de l'expérience précédente que l'on puisse indifférem-ment substituer à l'arséniate de plomb les autres composés arsénicaux. La *valeur pratique* des traitements (compris la mortalité, dont nous n'avons pas tenu compte ici, parce que des travaux antérieurs nous ont fixé sur ce point) reste en effet, dans l'ensemble, d'après nos observations, plus grande et plus constante avec les bouillies à l'arséniate de plomb qu'avec les autres bouillies arsénicales.

HISTOLOGIE. — *Sur une formation fibrillaire intracellulaire dans la tunique de la glande salivaire chez les larves de* Syrphinæ. Note de M. **D. Keilin**, transmise par M. Henneguy.

Les Syrphides présentent deux sortes de larves : saprophages et carnivores. Les Syrphides à larves carnivores (qui se nourrissent aux dépens des Pucerons), les seuls dont il sera question ici, appartiennent à des genres différents, assez nombreux, mais qui se rangent tous dans la sous-famille de *Syrphinæ*. Les glandes salivaires (*fig*. 5) de ces larves, comme celles de toutes les autres larves de Diptères, sont composées de deux tubes communiquant avec l'extérieur au moyen d'un canal chitineux commun, qui débouche dans la partie antérieure ventrale du pharynx. Chacun des deux tubes glandulaires chez les larves de *Syrphinæ* est recourbé en U dont les deux branches se touchent; la branche ascendante est de moitié plus courte que la branche descendante. Le conduit extérieur est ici très court et très large; ses anneaux chitineux sont très peu serrés et son orifice extérieur est fermé par une sorte de clapet chitineux (*l*, *fig*. 1) qui peut être mis en mouvement par l'action du pharynx. Au point de vue de la structure, on peut diviser la glande en deux parties : 1° le tronçon qui suit immédiatement le canal excréteur et qui occupe le tiers de la branche descendante; 2° tout le reste de glande. Si l'on regarde une coupe transversale de la partie antérieure de la glande, on voit cinq à six grandes cellules (*a*, *fig*. 3) renfermant chacune un noyau volumineux avec un réseau chromatique et un nucléole, qui présente souvent quelques petites vacuoles.

Du côté de la lumière de la glande, les cellules ont une bordure chiti-

neuse striée assez épaisse. J'ai pu observer une bordure en tous points comparable, dans le tronçon antérieur de la glande salivaire des larves de Mycétophylides; les prolongements hyalins des glandes salivaires des larves de Phorides sont sûrement de même nature, et enfin on a signalé des formations analogues dans les glandes de différents Insectes.

Tout ce que nous venons d'exposer pour les glandes salivaires de *Syrphinæ* cadre encore bien avec nos connaissances sur celles des Insectes



1. Coupe longitudinale médiane de la larve : *s*, canal excréteur de la glande salivaire; *p*, pharynx; *l*, clapet chitineux mobile. X 54. — 2. Coupe transversale de la glande montrant la cellule glandulaire rétractée à sa base et la cellule de la tunique fibrillaire. X 640. — 3. Coupe transversale du tronçon antérieur de la glande. X 360. — 4. Coupe transversale du tronçon postérieur de la glande : *a*, cellule glandulaire; *b*, couche protoplasmique sans noyaux; *c*, cellules de la tunique fibrillaire; *d*, bordure chitineuse striée. X 360. — 5. Aspect général de la glande salivaire X 12.

en général. Mais j'ai trouvé dans la glande salivaire de larves de *Syrphinæ* une tunique fibrillaire spéciale qui double l'épithélium glandulaire et dont l'analogue ne me paraît avoir encore été signalée chez aucun Insecte, ni peut-être même chez aucun Arthropode : on décrit ordinairement la glande salivaire de ces animaux comme réduite à un simple sac épithélial. On peut, chez les *Syrphinæ*, voir facilement la tunique sur les glandes entières extraites de la larve.

Elle se présente alors sous forme de faisceaux de fibres entrecroisés dans tous les sens. Sur une coupe transversale du tronçon antérieur de la glande on voit, autour des cellules glandulaires *a* que j'ai décrites, une couche protoplasmique (*b*, *fig.* 3) et, tout à fait à la périphérie, quelques petites cellules *c* assez bien distinctes de la couche *b*. Le protoplasme de la couche *b* présente un aspect tout à fait identique à celui de cellules glandulaires; on n'y trouve aucun noyau, et, comme il est séparé des

cellules glandulaires *a* et des cellules *c* par une limite suffisamment nette, il est difficile de dire si cette couche provient des cellules glandulaires *a* ou des cellules *c*. Les cellules *c* présentent à leur intérieur un noyau et, tout près de lui, de petits bâtonnets qui ne sont que des fibrilles longitudinales coupées transversalement.

Sur une coupe transversale du tronçon postérieur de la glande on ne voit ni la bordure chitineuse ni la couche protoplasmique *b*. Mais, tout autour de la glande, on trouve une couche très épaisse formée de faisceaux de fibres qui se colorent bien avec l'éosine, l'orange et l'indigo carmin. Chaque faisceau appartient à une cellule qui présente un grand noyau muni d'un nucléole volumineux (comme le noyau d'une cellule glandulaire); l'intérieur de la cellule est complètement occupé par un amas de fibrilles parallèles et très fines. Les faisceaux sont généralement bien appliqués contre l'épithélium glandulaire et semblent même être intimement liés à ce dernier. Par endroits, on voit la membrane cellulaire du faisceau plissée comme si elle avait subi une contraction due à des fibrilles. On trouve aussi des cellules glandulaires contractées à leur base (*fig.* 2), et l'espace libre qui se forme entre le faisceau et la cellule glandulaire est découpé par des tractus protoplasmiques qui vont de la cellule vers le faisceau.

Les petites cellules *c* qu'on voit à la périphérie de la partie antérieure sont de même nature que les cellules de la tunique fibrillaire du reste de la glande. Dans les deux cas, ce sont des cellules avec un noyau bien net, leur protoplasme est remplacé par des fibrilles plus ou moins développées.

Bien qu'on ne puisse encore se prononcer sur la nature exacte de cette tunique fibrillaire, qu'on n'a jamais signalée jusqu'ici chez les Insectes; on peut remarquer cependant que, ces fibrilles ne présentant aucune striation transversale, elles ne peuvent être considérées comme des muscles striés.

D'autre part, il y a des objections à les considérer soit comme muscles lisses, soit comme fibres conjonctives. Il sera donc nécessaire de les étudier avec une technique spéciale et aux différentes phases de leur développement.

Il me semble probable, en tout cas, que la présence de cette tunique fibrillaire n'est pas un fait isolé; elle existe sans doute chez d'autres Insectes mais sous une forme beaucoup moins accentuée, et il faudra peut-être en chercher l'origine dans la couche cellulaire très mince qui entoure la glande salivaire de beaucoup d'Insectes et que l'on signale sous le nom de couche endothéliale ou *tunica propria*, et dont l'origine est encore énigmatique.

Le grand développement de cette tunique fibrillaire chez les larves de *Syrphinæ* est probablement en rapport avec l'importance de leur sécrétion salivaire; en effet, c'est grâce à leur salive épaisse et collante que ces larves se fixent, se déplacent sur les plantes et capturent les pucerons aux dépens desquels elles se nourrissent [1].

---

[1] Ces divers résultats proviennent de l'étude des espèces suivantes: *Syrphus ribesii* L., *S. balteatus* de Geer, *S. luniger* Meig., *Platychirus scutatus* Meig., *Sphærophoria flavicanda* Zett. et *Melanostoma* sp.

MICROBIOLOGIE. — *Sur le traitement de la tuberculose par les micro-organismes marins.* Note [1] de M. **Raphael Dubois**, présentée par M. Henneguy.

Il a été beaucoup écrit et parlé dans ces derniers temps à propos de guérisons de la tuberculose au moyen des bacilles de la *Tortue de mer* annoncées par le Dr Friedmann, de Berlin.

C'est pour ce motif, bien que mes expériences, commencées en 1900, n'aient pas été poursuivies assez loin, que je crois devoir publier l'expérience suivante que je retrouve dans mes Notes de 1900-1901 et que je copie textuellement :

J'ai retiré, de « Jambonneaux » [2] pêchés sur la plage d'Hyères, des perles et, de la poche renfermant ces perles, des *Micrococcus* que j'ai cultivés dans un bouillon fait avec une décoction de « Chien de mer » (*Scyllium canicula* Cuv), de la gélanine, de la peptone et 3 pour 100 de sel.

Douze Cobayes ont été inoculés avec des cultures de bacilles de la tuberculose; tous les Cobayes ont eu des ganglions : ils étaient tous infectés. On leur a inoculé le microcoque en question au moment où tous avaient des ganglions. Dix mois après ils étaient tous bien vivants, sauf un qui était mort.

J'avais repris mes expériences il y a deux ou trois ans avec les Cobayes tuberculeux que je devais à l'obligeance de mon savant collègue de Lyon, M. le professeur Courmont, et qui m'avaient été envoyés par M. Couvreur au Laboratoire maritime de l'Université de Lyon, à Tamaris-sur-Mer. Mon retour à Lyon m'a empêché de suivre mes animaux en expérience et, de ce dernier essai, on ne peut rien conclure. Je m'étais proposé de recommencer quand j'ai appris que le Dr Friedmann préconisait un microbe *marin* pour la guérison de la tuberculose. J'avais été conduit à l'idée que le microcoque du sac perlier des perles du « Jambonneau » ou « grande nacre » pouvait servir au traitement de la tuberculose parce que je lui attribuais un rôle « calcificateur » dans la formation des perles.

Je reprends mes expériences et j'en ferai connaître les résultats dans une Note ultérieure. Je me propose également de vérifier l'action prétendue antituberculeuse de la Tortue de mer.

---

(1) Présentée dans la séance du 10 mars 1913.

(2) *Pinna nobilis* L. ou *P. squammata* Gm.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Mode d'action de la substance anticoagulante du plasma de propeptone.* Note de M. **Henri Stassano.**

Dans une Note antérieure ([1]) j'ai montré que le fibrin-ferment parvient librement à se former, comme dans du sang normal extravasé, dans le sang rendu incoagulable, chez le chien, par une injection intraveineuse de propeptone. Cette constatation élimine l'hypothèse d'après laquelle la substance anticoagulante déversée par le foie dans la circulation, sous l'excitation brusque de la propeptone, agirait en empêchant le profibrin-ferment de se transformer en fibrin-ferment actif. Deux autres hypothèses restent en présence pour expliquer l'incoagulabilité du sang de propeptone, du plasma incoagulé, notamment, qu'on sépare de lui par centrifugation : 1° la substance anticoagulante suspend l'action du fibrin-ferment tout formé sur le fibrinogène, ou, 2°, elle porte son pouvoir inhibiteur directement sur le fibrinogène.

Une analyse attentive des phénomènes qui accompagnent la coagulation du plasma de propeptone par dilution, des circonstances qui permettent, favorisent ou empêchent cette coagulation, écarte, à son tour, la première de ces deux hypothèses et apporte, au contraire, à la seconde, de nombreux et valables éléments de preuve.

Dans la coagulation du plasma de propeptone par dilution dans de l'eau distillée, en présence de différents sels neutres, on constate que le chlorure de calcium n'y intervient pas d'une façon élective, spécifique, comme dans l'activation du profibrin-ferment et dans l'action du fibrin-ferment sur le fibrinogène ([2]). Bien au contraire, on constate que la tension osmotique des différents sels dans les dilutions employées y joue le premier rôle, comme s'il s'agissait simplement de la précipitation d'un colloïde stable (le fibrinogène) par déshydratation. Nous nous trouvons évidemment devant une phase encore plus avancée de la coagulation que les deux auxquelles je viens de faire allusion.

I. Diluons différents échantillons d'un plasma de propeptone capable de coaguler en l'étendant d'eau distillée : chaque échantillon dans deux

([1]) *Contribution à la connaissance du plasma de propeptone* (*Comptes rendus*, 3 mars 1913).

([2]) Stassano et Daumas, *Du rôle double du calcium dans la coagulation* (*Comptes rendus*, 11 avril 1910).

volumes, par exemple, d'une solution $\frac{1}{10}n$ d'un chlorure différent. La première dilution qui coagulera, au bout de 2 heures, sera celle faite avec NaCl; une dizaine de minutes après, celle faite avec KCl; suivra de très près celle correspondant à $MgCl^2$; avec un retard assez sensible de 1 heure environ, ce sera le tour de la dilution préparée avec $CaCl^2$; longtemps après, le lendemain, coagulera la dilution dans la solution de $SrCl^2$ et, enfin, le surlendemain, la dilution dans la solution de $BaCl^2$.

Évidemment, l'ordre d'apparition de la coagulation, dans ces différentes dilutions, est strictement l'ordre selon lequel les différents chlorures qu'elles renferment s'échelonnent d'après leurs poids moléculaires. Rien donc de la spécificité dont les sels de calcium jouent dans les phénomènes étudiés jusqu'ici de la coagulation. La tension osmotique seule entre en jeu et règle la formation des coagulums. Aussi la coagulation débute dans la solution du chlorure le plus léger et se manifeste de plus en plus tardivement à mesure qu'on passe aux solutions de sels de plus en plus lourds.

II. D'une façon générale, toutes les causes tendant à diminuer la stabilité colloïdale des globulines et du fibrinogène en particulier, entraînent la coagulation du plasma incoagulé de propeptone.

a. Diminution de la concentration saline, par dilution ou par dialyse. — Wooldridge a, le premier, signalé la coagulation du plasma de propeptone étendu d'eau distillée. J'ai constaté que la dilution *optima* varie, d'un plasma à l'autre, entre 2^{vol} et 4^{vol} d'eau pour 1^{vol} de plasma. La coagulation s'obtient même aux dilutions plus fortes (8^{vol}, 10^{vol}), mais avec un retard proportionnel.

Il y a des plasmas qui ne coagulent à aucun degré de la dilution. Ce sont les plasmas doués d'un pouvoir anticoagulant très fort. Ce pouvoir s'atténue après une quinzaine de jours de conservation à la glacière.

J'ai trouvé qu'on peut faire coaguler le plasma de propeptone en lui retirant des sels par la dialyse en eau distillée, dans des sacs de collodion; 2 à 3 heures de dialyse sont suffisants à la température du laboratoire.

b. Augmentation de la concentration saline. — Les électrolytes, selon leur degré de concentration, provoquent soit la précipitation, soit la redissolution des colloïdes. Voici ce qui se produit avec le plasma de propeptone étendu dans des concentrations salines différentes de NaCl. Dans les solutions de 0,1 à 0,7 $\frac{1}{2}$ pour 100, la coagulation se fait à peu près dans le même espace de temps; l'opacité, cependant, que les coagulums prennent en se formant et qui augmente même dans la suite, diminue progressivement à mesure qu'il y a plus de NaCl. A partir de 0,7 $\frac{1}{2}$ pour 100, la coagulation est retardée. Entre 5 et 15 pour 100 de NaCl, le plasma de propeptone dilué ne coagule plus. Dans la dilution, au contraire, de 20 pour 100, il coagule de nouveau; la coagulation s'y produit en même temps et souvent même plus tôt qu'aux très faibles concentrations. Au delà de 20 pour 100, la coagulation est encore une fois retardée. Il y a

donc deux points critiques, et même un troisième pour certains plasmas correspondant à la dilution dans une solution saturée de NaCl. La coagulation qui se produit à ces différents points critiques y est amorcée visiblement par un commencement de floculation de la fibrine, se transformant bientôt en un coagulum parfait. Ces différents points critiques peuvent varier d'un plasma à l'autre. Il y a des plasmas où la coagulation est retardée dès qu'on ajoute à la dilution une quantité insignifiante de NaCl.

c. Passage d'un courant d'acide carbonique. — Un plasma de propeptone qui coagule par dilution coagulera aussi, sans être dilué, si l'on y fait barboter pendant quelques instants un courant d'acide carbonique. Wooldridge a encore signalé le premier cette propriété. L'acide carbonique n'apporte immédiatement aucun changement visible dans la transparence et la viscosité du plasma; 30 minutes après, un léger voile y apparaît et le liquide ne tarde pas à se prendre en masse. L'action précipitante de l'acide carbonique sur les globulines est un fait bien connu. Encore dans ce cas, la coagulation du plasma de propeptone débute par la séparation de la fibrine sous forme d'un précipité.

d. Addition de colloïdes. — L'addition d'un colloïde fortement négatif, tel que l'albumine d'œuf, à du plasma de propeptone dilué dans de l'eau distillée, en hâte considérablement la coagulation. Elle la provoque même et assez rapidement, en une à deux heures, lorsqu'il s'agit d'un de ces plasmas doués d'un très fort pouvoir anticoagulant qui ne coagulent pas par simple dilution aqueuse, ni par l'action de l'acide carbonique. M. Iscovesco a démontré que la fibrine est un colloïde positif. L'albumine d'œuf doit former ainsi avec la fibrine un complexe qui précipite et amorce partant la coagulation comme dans tous les exemples antérieurs de séparation de fibrine aboutissant à la formation d'un caillot.

De même, l'addition de lécithine, qui est encore un colloïde négatif, favorise la coagulation du plasma de propeptone, sinon la provoque à elle seule sans le concours de l'acide carbonique, dans une ancienne expérience de Wooldridge [1].

L'hydrate ferrique, au contraire, qui est un colloïde de même signe que la fibrine, n'exerce aucune action dans ces mêmes circonstances. Cependant, une trace de cet hydrate ajoutée à la suspension aqueuse d'albumine en augmente nettement le pouvoir coagulant sur le plasma de propeptone.

e. Action du chauffage. — En chauffant le plasma de propeptone, il donne lieu à un louche qui se transforme vite en un dépôt, constitué en grande partie de fibrinogène, à peine on dépasse la température de 52°. Les globulines, le fibrinogène plus particulièrement, ne précipitent par la chaleur, dans les conditions ordinaires, dans la sérosité péritonéale de cheval par exemple, qu'entre 57° et 58°. Mais on sait aussi que les complexes albuminoïdes coagulent par la chaleur à des températures plus basses de l'albumine pure. Tel sera le cas du fibrinogène dans le plasma de propeptone, formant un complexe avec la substance anticoagulante propre de ce plasma.

Les conclusions qu'il est permis de tirer, ce me semble, de la manière de se comporter du plasma de propeptone lorsqu'on diminue la stabilité

---

(1) WOOLDRIDGE, *On the origin of the fibrinferment* (*Proc. Roy. Soc.*, 1884).

colloïdale de son fibrinogène par les différents moyens que je viens de signaler, ainsi que vis-à-vis des différents sels neutres, du chlorure de calcium compris, dont j'ai parlé au début de cette Note, sont les suivantes :

1° Dans le plasma de propeptone les deux premières phases de la coagulation du sang, en dehors des vaisseaux, se sont accomplies régulièrement, à savoir : l'activation du fibrin-ferment et l'action de ce dernier sur le fibrinogène.

2° Dans le plasma de propeptone on se trouve en face d'une troisième phase de la coagulation qui, dans la coagulation normale du sang, est très fugace et n'a été envisagée jusqu'ici que seulement à l'ultramicroscope (apparition de granules dans le gel uniforme) (¹). Cette phase commence dès qu'on diminue la stabilité colloïdale du fibrinogène dans le plasma de propeptone par un des moyens aptes à provoquer la précipitation des globulines.

3° La substance anticoagulante du plasma de propeptone porte son action directement sur le fibrinogène, en formant avec lui un complexe qui l'empêche de précipiter et de donner lieu à la formation de coagulums de fibrine, sans le concours de l'un des moyens ci-dessus.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Rôle antitoxique du calcium vis-à-vis de quelques sels nutritifs dans la culture en milieu liquide du Pois et du Lupin.* Note de Mlle **C. Robert**, présentée par M. Roux.

Lorsqu'on transporte, dans un milieu liquide contenant à la fois des sels de magnésium, de potassium et de NH^4, de jeunes plantules ayant commencé à germer sur de l'eau redistillée (²), on observe que ces végétaux ne continuent pas à se développer, même si la concentration de la solution est faible et analogue à celle des liquides nutritifs usités habituellement (solution de Knop ou de Detmer, par exemple).

Mais si à cette solution on ajoute une quantité convenable d'un sel de calcium, on obtient un développement complet du végétal.

La jeune plantule continue aussi à croître, au moins jusqu'à l'épuisement

(¹) André Mayer, *Comptes rendus Soc. Biologie*, 30 novembre 1907.

(²) L'eau employée dans mes expériences est de l'eau redistillée sous pression réduite dans un appareil de verre.

d'une partie des réserves de la graine, si on l'enracine simplement dans de l'eau redistillée.

On peut conclure des faits précédents :

1° Que la première solution sans calcium est non seulement incomplète au point de vue nutritif, mais encore très nettement toxique pour le végétal puisque celui-ci s'y développe moins bien que dans l'eau redistillée;

2° Que l'un des rôles des sels de calcium dans le milieu consiste à combattre cette action nuisible des autres éléments.

J'ai cherché à préciser cette propriété antitoxique des sels de calcium vis-à-vis des autres sels nutritifs.

On connaît, depuis les travaux de Lœw, Aso et quelques collaborateurs (¹), l'antagonisme existant entre les sels de calcium et ceux de magnésium; de nombreuses recherches ont eu pour but de déterminer la relation la plus favorable entre ces deux éléments pour la croissance des plantes.

L'antagonisme existant entre un certain nombre d'autres sels a été aussi étudié pour les végétaux par Osterhout (²) qui s'est occupé surtout des constituants de l'eau de mer et du rôle joué par Na Cl dans ce milieu.

Les travaux de cet auteur ont été inspirés par les expériences bien connues de Lœb (³) sur l'action antagoniste des solutions des différents sels chez les animaux.

Pour étudier la toxicité des sels entrant dans la composition du liquide nutritif que j'emploie dans mes expériences et le rôle antitoxique que le calcium joue vis-à-vis de chacun d'eux, je cultive de jeunes plantules sur des solutions de chacun de ces sels à la concentration où il existe dans le liquide complet (sauf pour les sels ammoniacaux dont je diminue un peu la dose).

C'est-à-dire :

SO^4Mg	250^{mg} par litre
PO^4H^2K	500 »
NO^3NH^4	500 »

Je vérifie les résultats obtenus avec ces corps en employant d'autres sels dont je calcule le poids, de façon à conserver la même concentration en métal. Pour le calcium, je choisis la dose qui, en milieu complet, s'est

(¹) Lœw, *Flora*, t. LXXV, 1892, p. 1892. — Lœw et Aso, *Bull. Coll. Agr. Tokio*, t. VI, 1905, p. 336.

(²) Osterhout, *Bot. Gaz.*, t. XLII, 1900, p. 129; t. XLIV, 1907, p. 259; t. XLVII, 1909, p. 148; *Jahrb. wiss. bot.*, t. XLVI, 1909, p. 121.

(³) Lœb, *Dynamique des phénomènes de la vie*, p. 95.

montrée la plus favorable. Au début, j'employais le calcium sous forme de carbonate, mais j'ai ensuite remplacé ce sel par le sulfate qui, à la même dose (500^{mg} par litre), produit sensiblement les mêmes effets et présente l'avantage de se dissoudre complètement dans le liquide.

Mes expériences les plus nombreuses ont été effectuées sur le Pois (var. Pois de Clamart).

Voici le résultat de deux expériences portant, la première sur les sels de Mg et de K, et la deuxième sur ceux de NH^4.

Chaque expérience a duré 12 jours, à une température variant de 20° à 25°.

Les chiffres donnés représentent la moyenne des mesures faites sur six plantules dans le premier cas, huit dans le deuxième.

Première expérience.

	Longueur.			Poids sec.		
	Tige.	Racine.	Tige + racine.	Tige.	Racine.	Tige + racine.
	mm	mm	mm	mg	mg	mg
Eau redistillée........	34	96	130	18,5	10,5	29
SO^4Ca..............	85	217	302	47,6	16,6	64,2
SO^4Mg..............	12	8	20	»	»	17,6
PO^4H^2K............	22	46	68	10,5	8,1	18,6
SO^4K^2..............	23	33	56	16,3	7,3	23,6
$SO^4Mg + SO^4Ca$......	90	238	328	45,3	17	62,3
$PO^4H^2K + SO^4Ca$.....	74	226	300	45,5	12,8	58,3
$SO^4K^2 + SO^4Ca$.......	86	236	322	42,8	14,7	57,5

Deuxième expérience.

	Tige.	Racine.	Tige + racine.	Tige.	Racine.	Tige + racine.
Eau redistillée.........	34	67	101	16,2	11	27,2
SO^4Ca..............	81	227	308	38,7	18	56,7
NO^3NH^4.............	<5	<5	<10	»	»	13,5
$SO^4(NH^4)^2$...........	<5	<5	<10	»	»	13,7
$NO^3NH^4 + SO^4Ca$.....	82	160	242	39,6	20	59,6
$SO^4(NH^4)^2 + SO^4Ca$...	72	180	252	36	19	55

Ces expériences montrent que :

1° A la dose employée, le calcium n'est pas toxique, il favorise même d'une façon très remarquable le développement de la jeune plantule;

2° Les sels de Mg, de K et de NH^4 sont toxiques aux concentrations employées;

3° L'addition d'un sel de Ca supprime la toxicité de ces corps;

4° Le développement dans les mélanges des sels de K, de Mg ou de NH^4 avec les sels de Ca est le même que lorsque le sel de Ca est seul. Les sels de K, de Mg et de NH^4 ne semblent donc pas jouer de rôle nutritif pour la plantule durant les premiers jours de sa végétation.

Le rôle antitoxique du calcium s'exerce encore vis-à-vis d'autres substances; lorsqu'on essaye de cultiver des plantules sur de l'eau qui a été distillée dans un appareil en cuivre étamé (celle qu'on emploie le plus habituellement dans les laboratoires), le développement du végétal s'arrête, cette eau ayant été rendue éminemment toxique par les traces métalliques qu'elle a entraînées [1]. Une addition de calcium supprime en partie cette toxicité, comme le montre l'expérience suivante :

	Longueur.		
	Tige.	Racine.	Tige + racine.
	mm	mm	mm
Eau redistillée	43	64	107
Eau distillée ordinaire	36	19	55
Eau distillée ordinaire + SO^4Ca	83	36	119

Toutes ces expériences, refaites avec le Lupin blanc, m'ont donné des résultats identiques; ce dernier végétal est encore plus sensible que le Pois aux actions toxiques; même les sels de K, aux faibles doses employées, arrêtent dès le début tout développement.

Par contre, le Blé et le Maïs, expérimentés également, m'ont donné des résultats moins nets; car, pour ces végétaux, les sels de K ne paraissent pas nuisibles (au moins à la concentration indiquée plus haut) et l'on a seulement à considérer pour eux la toxicité des sels de Mg et de NH^4. Je me propose de faire de nouvelles recherches sur ces derniers végétaux.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la dialyse de la maltase.* Note de M. W. **Kopaczewski**, présentée par M. Roux.

Étant données les idées de G. Bertrand sur la nature des diastases, il était naturel d'employer la dialyse simple, ou le procédé de dialyse électrique de Dhéré [2], pour comprendre le rôle joué par les électrolytes dans l'hydrolyse du maltose par la maltase, et pour déceler la nature de ces électrolytes.

(1) Dehérain et Demoussy, *Comptes rendus*, t. 132, 1901, p. 523. — Coupin, *Comptes rendus*, t. 132, 1901, p. 645.

(2) Dhéré, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 934 et 993.

Technique. — Comme maltase, nous avons employé la maltase de kôji (la takadiastase de commerce). Elle possède un pouvoir réducteur propre égal à 81,3 pour 100 de celui du maltose employé, une réaction alcaline à l'hélianthine et, desséchée jusqu'à poids constant, la composition suivante : H^2O à $+110°C. = 5,65$ pour 100, matières organiques $= 88,25$ pour 100 et 6,10 pour 100 de cendres. Abandonnée à la lumière, la solution de takadiastase noircit, mais augmente considérablement son pouvoir hydrolysant. Comme maltose, nous nous sommes servi du produit commercial, purifié par nous; il possédait un pouvoir rotatoire spécifique $= +133°,3$ à $+22°$ C. et un pouvoir réducteur égal à celui indiqué par G. Bertrand [1].

Le maltose contenait 0,072 pour 100 de cendres. Les solutions de la maltase et du maltose étaient préparées avec de l'eau redistillée de conductibilité $K = 1,6$ à $2,1.10^{-6}$, saturée de toluène. La dialyse était effectuée de la façon suivante : les sacs en collodion ont été plongés dans un dispositif destiné à faire circuler de l'eau, arrivant par le haut, chauffés 15 minutes dans un autoclave à $+115°$ C. On remplissait les sacs avec la solution de takadiastase à 1 pour 100 et on les abandonnait 24 heures pour imprégner la membrane et éviter ainsi les erreurs possibles dues à l'absorption; puis cette solution a été rejetée.

Les dialyseurs ainsi traités étaient prêts à servir. On les remplissait avec la solution de maltase à 2 pour 100, additionnée de toluène, préalablement deux fois filtrée sur papier Berzélius et l'on dialysait vis-à-vis d'un courant d'eau redistillée, chargée de toluène. Pendant la dialyse, le volume primitif du liquide intérieur augmente toujours, provoquant une diminution de l'activité de la maltase d'environ 1,6 pour 100. Toutes les 24 heures on faisait une prise de 5^{cm^3}, on rétablissait l'égalité de niveau des liquides et l'on examinait le pouvoir hydrolysant de la maltase. La durée de l'hydrolyse était de 3 heures et demie; les sucres ont été dosés par la méthode de G. Bertrand. L'erreur totale, due au dosage de sucre et à la dilution que subit le liquide pendant la dialyse, n'était pas supérieure dans nos expériences à ± 4 pour 100.

Voici les résultats obtenus : tout d'abord le pouvoir hydrolysant de la maltase augmente par la dialyse de plus du double après 24 heures, et se maintient aux environs de 180 pour 100 au bout de 96 heures de dialyse. En même temps les matières réductrices disparaissent; l'alcalinité diminue et correspond à $1^{cm^3},1$ au lieu de $9^{cm^3},7$ d'acide sulfurique $\frac{1}{100}$N, pour obtenir le virage au rouge de l'hélianthine. La plus grande partie de matières solides et de cendres est éliminée : il ne reste que 5,10 pour 100 de matières solides et 1,46 pour 100 de cendres. En mesurant la conductivité électrique de la maltase ainsi purifiée, nous avons constaté que la conductivité initiale $K = 81,8.10^{-6}$ est devenue $K = 11,9.10^{-6}$ après 96 heures de dialyse.

Pour enlever les matières qui causent cette conductivité relativement assez élevée, nous avons appliqué à la maltase déjà dialysée le procédé

---

[1] Bertrand, *Bull. Société chim.*, t. XXXV, 1906, p. 1285.

de dialyse électrique de Dhéré ([1]). Après 6 heures de dialyse électrique, l'eau extérieure de conductivité $K = 0,8.10^{-6}$ est devenue nettement alcaline à la phtaléine dans le récipient positif, franchement acide dans le récipient négatif; aucune de ces deux réactions n'était plus constatée après 24 heures de dialyse. Pendant la dialyse la maltase se transportait vers le pôle négatif; le liquide de la branche positive, primitivement opalescent, s'éclaircissait progressivement, et celui de la branche négative se troublait davantage. La durée de dialyse était de 48 à 126 heures.

Au bout de ce temps, le passage des électrolytes dans l'eau extérieure était arrêté, ainsi qu'on pouvait le constater au moyen de la conductivité.

TABLEAU I.

Maltose 1 *pour* 100 (*conc. fin.*); *maltase* 0,5 *pour* 100 (*conc. fin.*); *durée d'hydrolyse* : $3^h 30^m$; *température* $+40°,5$ C.

Nos.	Solutions de la maltase.	Matières solides à +110° C. de la maltase.	Cendres de la maltase.	Acidité (−) ou alcalinité (+) à l'hélianthine en $\frac{SO^4H^2}{100}$ N pour $0^g,2$ de la maltase.	Conductivité des solutions de la maltase.	Pouvoir hydrolysant de la maltase.
		pour 100	pour 100	cm³		pour 100
1.	Maltase filtrée 2 fois sur pap. Berzélius	93,12	6,12	+ 9,8	$81,8 \times 10^{-6}$	30,4
2.	Maltase filtrée 2 fois et abandonnée 72 heures	92,85	6,13	+10,6	205,7	61,8
3.	Maltase filtrée 2 fois et abandonnée 198 heures	93,41	6,08	+11,5	205,9	85,7
4.	Maltase dialysée 72 heures	5,23				
5.	Id. et abandon-		1,58	+ 1,2	11,9	89,8
	née 126 heures	5,25	1,56	+ 1,3	15,8	97,2
	Maltase purifiée par la dialyse électrique 48 heures	»	»	»	»	»
6.	Branches positive	0,57	indosable ([1])	»	5,2	71,9
7.	Branches négative	3,93	0,32	»	19,3	100,0
8.	Branches moyenne	indosable ([1])	indosable ([1])	»	3,8	49,2
	Maltase purifiée par la dialyse électrique 126 heures	»	»	»	»	»
9.	Branches positive	»	»	− 1,0	2,6	56,7
10.	Branches négative	3,85	indosable ([1])	+ 1,2	18,5	78,3
11.	Branches moyenne	»	»	+ 0,5	1,4	19,5

([1]) Dans un Mémoire ultérieur nous exposerons plus amplement les détails.

Il était donc inutile de prolonger davantage la dialyse électrique. La maltase ainsi traitée possédait les propriétés indiquées au Tableau I ci-contre [1].

Conclusions. — De l'ensemble de ces faits nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° La dialyse ordinaire augmente tout d'abord le pouvoir hydrolysant de la maltase; ce pouvoir passe par un maximum, puis diminue légèrement. Une prolongation de la dialyse n'amène plus alors aucune modification appréciable;

2° La dialyse électrique, essayée à ce moment, enlève une nouvelle quantité d'électrolytes et abaisse encore un peu le pouvoir diastasique; toutefois, il n'a pas été possible, même par ce procédé, d'enlever les dernières traces d'électrolytes;

3° La maltase se transporte dans le champ électrique vers le pôle négatif;

4° La maltase ainsi purifiée possède une réaction faiblement acide à l'hélianthine.

GÉOLOGIE. — *Les terrains triasiques dans la région de la rivière Noire moyenne (Tonkin).* Note de M. DEPRAT, présentée par M. H. Douvillé.

Lors de mon dernier voyage dans la région de la rivière Noire, j'ai découvert des horizons triasiques nouveaux pour l'Indo-Chine; en divers points j'ai pu relever de très bonnes séries continues; mais fréquemment des dislocations intenses interrompent la continuité des horizons et les écrasements sont parfois tels que les fossiles complètement broyés sont, bien que nombreux, spécifiquement indéterminables. Sur les feuilles de Thanh-ba et de Van-yen, le Trias s'enfonce largement sous les terrains paléozoïques charriés sur lui.

I. *Trias inférieur.* — Absolument identique comme facies à celui que j'ai sommairement décrit dans le nord de l'Annam (région entre Dong-hoï et Vinh et entre Vinh et Thanh-hoa), il est essentiellement détritique et formé par une puissante série de poudingues, grès, arkoses, quartzites avec schistes pulvérulents rougeâtres ou jaunâtres marneux, identiques aux couches à *Danubites* de Lang-son. L'épaisseur totale est de 600^{m} à 700^{m}.

---

(1) Dans les 60^{cm^3} du liquide, représentant $0^{g},0615$ de matières solides.

II. Le *Trias moyen* offre à la base des poudingues bien visibles au col de Ban-ban dans le Phu-yen. Près de Lang-muong des marnes grisâtres alternant avec des calcschistes et des sables gréseux avec de petits lits de houille se montrent fossilifères. J'y ai observé un horizon de calcschistes en dalles couverts de *Hœrnesia* cf. *socialis* du Muschelkalk; un autre niveau est rempli de grands Lamellibranches (*Homomya*) spécifiquement indéterminables.

Au-dessus viennent des schistes marneux jaunes représentant le niveau à *Ceratites* cf. *trinodosus* de Khoa-trúong (Annam). Puis viennent des calcaires épais de 300^{m} environ, équivalents des calcaires anisiens de Quang-móc (Annam) que j'ai signalés ailleurs, à *Mentzelia Mentzeli* Dünk, etc., et des calcaires à *Ceratites*, *Balatonites*, *Cuccoceras*, *Celtites*, *Dinarites*, *Ptychites*, *Meekoceras* de Khoa-trúong dans lesquels les horizons balatonien et bosnien trouvent probablement leur représentation complète. Dans la région de Van-yen ces calcaires offrent parfois l'aspect de mylonites sur plusieurs centaines de mètres d'épaisseur et sont chevauchés par les terrains primaires; en dehors de la grande ligne de chevauchement que j'ai observée entre le fleuve Rouge et la rivière Noire, ils nous livreront, sans doute, de riches faunes.

Le Ladinien est probablement représenté partiellement dans la partie supérieure des calcaires massifs; vers le haut de la masse calcaire s'intercalent des schistes marneux bruns à grandes Daonelles et *Misidioptera* sp. avec des débris d'Ammonites, que leur position permet de considérer comme l'équivalent des schistes à *Protrachyceras Archelaüs* de Ban Namkay [1]. Au-dessus se placent, au col entre Muong-thé et Mo-ha, une épaisse série de grès variés dans lesquels un niveau de marnes gréseuses brunes m'a fourni un gisement offrant des espèces cordevoliennes dont certaines sont identiques à des espèces de Saint-Cassian, ainsi *Myophoria inæquicostata* Klipst. très abondante, avec de nombreux *Trigonodus*, *Cyclonema*, etc.

III. Les couches précédentes terminent, sans doute, le Trias moyen. Elles sont surmontées, près de Bo-muong, par des grès marneux bruns où pullule une *Pomarangina* nov. sp. alliée à *Pomarangina Haydeni* Diener de Pomarang. Les couches à *Pomarangina* ont été rangées par Diener dans le

---

[1] H. Mansuy, *Contribution à la Géologie du Tonkin* (*Paléontologie*) (*Mém. Serv. géol. de l'Indo-Chine*, t. I, fasc. IV, p. 70).

Julien, c'est-à-dire à la base du Carnien de Spiti. Elles se trouvent également en Indo-Chine à la base du Carnien, selon toutes probabilités.

Dans le Phu-yen, j'ai découvert une série intéressante, très riche en Ammonites dont les cloisons sont admirablement conservées et qui seront prochainement décrites. On observe de haut en bas :

150m (épaisseur de l'ensemble des couches 1 à 7)

7. Grès durs quartziteux sans fossiles.
   Marnes brun rosé à *Eutomoceras* n. sp., *Dittmarites* n. sp., *Sagenites* n. sp.
6. Banc calcaire dur sans fossiles.
5. Masse de grès roses et jaunes avec bancs de marnes rosées écailleuses à *Tropites*, *Eutomoceras*, *Sagenites*, *Dittmarites*.
4. Grès roses et marnes grises sèches à *Daonelles* déformées, avec *Trachyceras* (*Anolcites*) sp.
3. Marno-calcaires noirâtres à *Trachyceras* sp., *Pachyrisma rostratum* Laube (espèce de Saint-Cassian), *Gonodon* sp., *Promathildia* sp.
2. Marnes et grès marneux à *Arcestes* n. sp., *Proarcestes Balfouri* Oppel., *Balatonites* sp., *Ceratites* n. sp.
1. Calcaires sans fossiles.

La partie supérieure est interrompue par le chevauchement d'une épaisse lame de calcaires anisiens écrasés; les calcaires de la base se perdent sous la plaine du Phu-yen. Je considère les couches 1 à 3 comme appartenant au Trias moyen. En effet, dans les couches 2, on rencontre *Proarcestes Balfouri* Opp., espèce appartenant au Ladinien du Tibet; l'*Arcestes* n. sp. est très voisin de *Arc. Escheri* des couches à *Ceratites trinodosus* de la Schreyer Alm. Dans 3 on rencontre des espèces telles que *Pachyrisma rostratum* Laube qui appartient à la faune de Saint-Cassian. Les couches 5 et 6 sont l'équivalent des couches himalayennes de Byans à *Tropites* (Tuvalien), comme le montre leur faune.

Il me reste à citer un horizon formé de marnes jaunes dans lesquelles j'ai recueilli *Posidonomya* sp. et *Halobia* cf. *Beneckei* du Trias supérieur de Sicile. Je ne sais pour le moment où se place exactement ce niveau qui se trouve dans une position particulière au point de vue tectonique.

Les explorations ultérieures compléteront ces premières données déjà fort intéressantes et nous fourniront certainement de nouveaux horizons.

M. J. DE BOISSOUDY adresse une Note *Sur la constante de la loi du rayonnement*.

(Renvoi à l'examen de M. Violle.)

M. Riabouchinsky envoie une Note *Sur les propriétés de la fonction* $|x|$: *dérivation, intégration, usage pour la représentation des polygones plans et des formes cristallines*. Il introduit *une unité complexe* j, *définie par la condition* $|j| = -1$.

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

A 3 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 10 mars 1913. (Suite.)

Carte du Maroc, dressée sous la direction de Henri Barrère; 1 : 1000000. Paris, Andriveau-Goujon, 1913; deux exemplaires : l'un en 1 feuille in-plano, l'autre en un Atlas in-f° oblong. (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

Notice sur les Travaux scientifiques de M. Paul Renard. Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 fasc. in-4°.

Trente-sept années de fouilles préhistoriques et archéologiques en France et en Italie par M. E. Rivière. (Extr. des *Comptes rendus de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*. Congrès de Lyon, 1906.) Paris et Lyon, A. Storck; 1 fasc. in-8°.

Annuaire de la Fondation Thiers, 1913; nouvelle série, t. IX. Issoudun, imp. Gaignault, 1913; 1 fasc. in-8°.

La conquête des terres incultes par l'azerolier, par Gustave Faliès. Paris, Librairie française de l'Agriculture..., 1 fasc. in-18.

Fenouil doux et christophines, par Gustave Faliès. Paris, C. Finoux et Cie, 1913; 1 fasc. in-18.

Destruction simultanée du négril et de la cuscute des luzernes, par L.-E. Solanet. Montpellier, s. d.; 1 fasc. in-18.

Geological literature added to the Geological Society's library, during the year ended december 31st 1911. Londres, 1912; 1 vol. in-8°.

Bibliothèque de l'Observatoire royal de Belgique, à Uccles. *Catalogue alphabé-*

tique des livres, brochures et cartes, préparé et mis en ordre par M. A. Collard; t. II, fasc. I et II. Bruxelles, Hayez, 1912; 2 vol. in-8°.

Proceedings of the London mathematical Society; series II, vol. XII, part 1; issued february 8, 1913. Londres; 1 fasc. in-4°.

Detroit Observatory. *Publications of the astronomical Observatory of the University of Michigan;* vol. I, p. 1-72. Ann Arbor, 1912; 1 fasc. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 20 janvier 1913.)

Note de M. *A. Lacroix*, Sur la constitution minéralogique et chimique des laves des volcans du centre de Madagascar :

Page 176, ligne 7, *au lieu de* Iliazadramosa, *lire* Hiaradramosa.
Même page, ligne 24, *au lieu de* lauriskose, *lire* laurvikose.
Page 179, lignes 3 et 4 en remontant, *au lieu de* $\frac{K^2}{Na^2O}$, *lire* $\frac{K^2O}{Na^2O}$.

(Séance du 10 février 1913.)

Note de M. *Carl Störmer*, Sur un problème important dans la Physique cosmique :

Page 452, ligne 6, *au lieu de*

le signe + à choisir, si $bm > 0$; le signe —, si $bm < 0$,

lire

le signe — à choisir, si $bm > 0$; le signe +, si $bm < 0$.

Page 452, dans la formule pour $Q_1 + h$, *ajouter* + ... au second membre.
Page 453, ligne 4, *au lieu de*

$$D = -2\xi^{-1} + 6\xi^{-2} + 4\xi^{-3},$$

lire

$$D = -2\xi^{-1} + 6\xi^{-2} - 4\xi^{-3}.$$

Page 453, ligne 11, *au lieu de* $0 > \xi < 1$, *lire* $0 < \xi < 1$.
Page 453, ligne 14, *au lieu de*

$$D = 12\cos^{-4}\omega, \qquad h = 8\cos^{-6}\omega,$$

lire

$$D = -12\cos^{-4}\omega, \qquad h = -8\cos^{-6}\omega.$$

(Séance du 17 février 1913.)

Note de M. *Carl Störmer*, Sur un problème mécanique et ses applications à la Physique cosmique :

Page 538, ligne 12 en remontant, *au lieu de*

$$-\frac{\sqrt{3}}{q} < D < \frac{\sqrt{3}}{q},$$

lire

$$-\frac{\sqrt{3}}{9} < D < \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

(Séance du 3 mars 1913.)

Note de M. *André Blondel*, Puissance intérieure et couple synchronisant des alternateurs synchrones travaillant sur réseau à potentiel constant ou en parallèle :

Page 681, ligne 2 en remontant, *au lieu de* $(I - I_{cc}\sin\psi)$, *lire* $(I_{cc} - I\sin\psi)$.
Page 682, ligne 5, *au lieu de* situation, *lire* saturation.
Page 682, ligne 14, *au lieu de* $\frac{kN^2}{2}$, *lire* $\frac{kKN^2}{2}$.